

Generativní síla EOL eko-kolonií

Šárka Vavrečková

`sarka.vavreckova@fpf.slu.cz`

`http://fpf.slu.cz/~vav10ui`

Ústav informatiky

Filozoficko-přírodovědecká fakulta Slezské univerzity

Kolonie

$(COL_b, COL_t, COL_{wp}, COL_{sp})$

- prostředí bez vývoje (obdoba EOL schématu s konstantními pravidly $a \rightarrow a$), komponenty (agenty) bez vývoje
- prostředí nemá vliv na komponenty, komponenty ovlivňují prostředí
- činnost komponent:
 - b : (*basic*) sekvenční, obdoba bezkontextových gramatik,
 - t : (*terminal*) sekvenčně-paralelní, jediná komponenta zpracuje paralelně všechny výskyty jednoho symbolu,
 - wp : (*weakly parallel*) paralelní, komponenty, které mohou pracovat, pracují,
 - sp : (*strongly parallel*) navíc komponenty se stejným startovacím symbolem pracují buď všechny nebo žádná, když to nelze splnit, je zpracování blokováno

Eko-gramatické systémy

(EG)

- prostředí se může vyvíjet – 0L schéma, agenty se mohou vyvíjet bezkontextově
- prostředí ovlivňuje agenty, agenty ovlivňují prostředí
- paralelní činnost agentů, každý aktivní agent musí pracovat

Eko-kolonie

$(EC_{0w}, EC_{0a}, EC_{Ew}, EC_{Ea})$

- agenty bez vývoje, prostředí se může vyvíjet
 - 0L schéma (\Rightarrow 0L eko-kolonie) nebo
 - E0L schéma (\Rightarrow E0L eko-kolonie)
- prostředí nemá vliv na agenty, agenty ovlivňují prostředí
- činnost agentů:

wp: (*weakly parallel*) paralelní, agenty, které mohou pracovat, pracují,

ap: (*all are working parallelly*) paralelní, každý agent musí pracovat

Agent: (startovací_symbol, jazyk)

Pracuje stejně jako u kolonií, hledá ve slově svůj startovací symbol, přepíše ho některým ze slov svého jazyka (startovací symbol se v těchto slovech nesmí vyskytovat)

Věta: Počet kombinací komponent sp kolonie

V kolonii \mathcal{C} :

- typ odvození sp ,
- r je počet multimnožin komponent takových, že všechny komponenty se stejným startovacím symbolem jsou ve stejné multimnožině,
- v jedné multimnožině nemohou být komponenty s různými startovacími symboly

(= podílové množiny podle ekvivalence startovacích symbolů komponent)

Počet kombinací (záleží na pořadí) komponent, které lze použít v některém kroku odvození, je

$$comb(\mathcal{C}, r) = \sum_{i=0}^{r-1} 2^i$$

Věta: Počet kombinací komponent sp kolonie

Vlastnosti odvození sp :

- v jednom kroku komponenta pracuje nejvýše jednou, zpracovává jeden výskyt svého startovacího symbolu,
- pokud se v prostředí vyskytuje určitý symbol, musí pracovat všechny komponenty multimnožiny komponent s tímto startovacím symbolem (*bud' pracují všechny, ...*),
- jestliže se v prostředí určitý symbol nevyskytuje, nepracuje žádná komponenta z této multimnožiny (*... nebo žádná*)

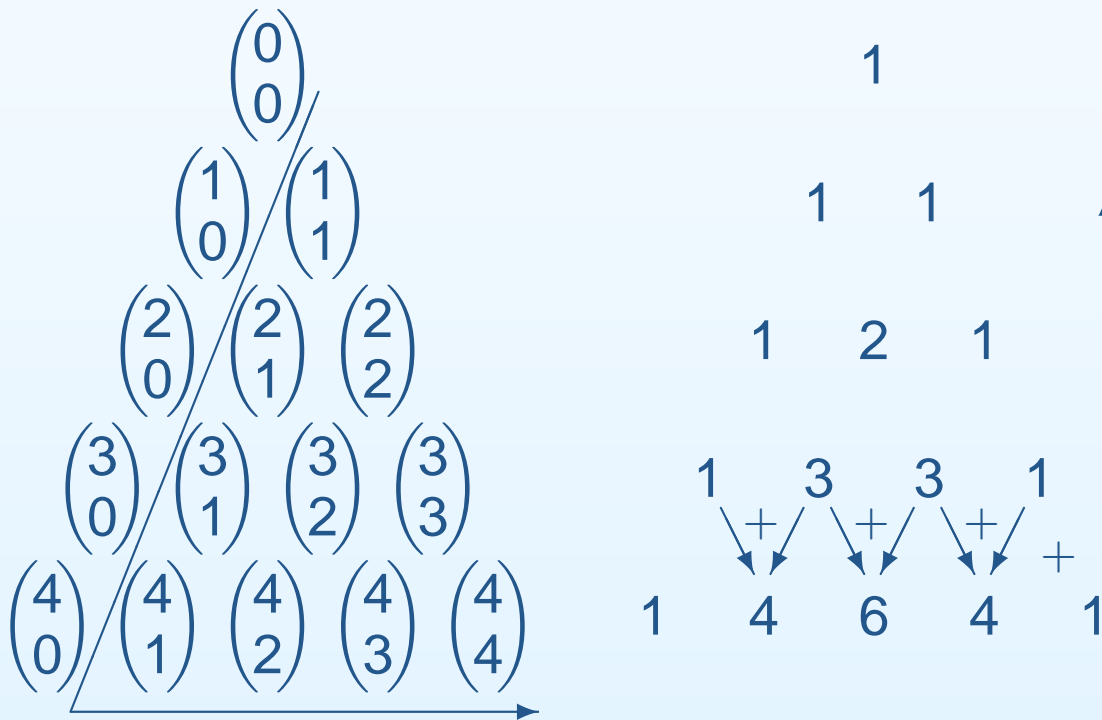
⇒ pro daný krok odvození kombinace i -té třídy z r prvků bez opakování, kde i je počet multimnožin použitých v tomto kroku

$$comb(\mathcal{C}, r) = \sum_{i=1}^r C(i, r) = \sum_{i=1}^r \binom{r}{i}$$

Věta: Počet kombinací komponent sp kolonie

$$comb(\mathcal{C}, r) = \sum_{i=1}^r C(i, r) = \sum_{i=1}^r \binom{r}{i}$$

= Pascalův trojúhelník bez prvního sloupce



$$comb(\mathcal{C}, r) = 2 * comb(\mathcal{C}, r - 1) + 1$$

Součty rekurzivně až k druhému řádku:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^r \binom{r}{i} &= 2 * \sum_{i=1}^{r-1} \binom{r-1}{i} + 1 \\ &= 2 * (2 * (\dots (2 * 1 + 1) \dots) + 1) + 1 \\ &= 2^{r-1} + \sum_{i=0}^{r-2} 2^i = \sum_{i=0}^{r-1} 2^i \end{aligned}$$

Věta: $COL_{wp} \subset EC_{Ew}$

Podmnožina:

wp kolonie jsou speciální případ wp E0L eko-kolonií, kde prostředí má konstantní vývoj (pravidla $a \rightarrow a$)

Vlastní podmnožina:

V důkazu využijeme již dříve dokázaný vztah $COL_{wp} \subseteq COL_{sp}$ a najdeme jazyk, který lze generovat E0L eko-kolonií s wp odvozováním, ale ne kolonií s sp odvozováním. Takový jazyk je

$$L = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\}$$

- patří do EC_{Ew} :
pracuje prostředí (jako E0L systém), v každém kroku všechny symboly a paralelně zdvojuje, jediný agent má startovací symbol b , aby nemohl ovlivňovat činnost prostředí

Věta: $COL_{wp} \subset EC_{Ew}$

- nepatří do COL_{sp} (a tedy ani do COL_{wp}):
 - délka slova v jeho derivaci roste lineárně,
 - počet členů derivací slov roste s délkou výsledného slova exponenciálně,
 - pro dostatečně dlouhé slovo se na alespoň dva různé členy derivace použije stejná kombinace komponent (vyplývá z předchozí věty),
 - podle volby pravidel v těchto komponentách buď bude někde dál následovat stejná kombinace komponent nebo nebude (poslední použití této kombinace),
 - když na poslední použití uplatníme pravidla z prvního použití, můžeme dostat slovo s délkou jinou než některá mocnina čísla 2.

(podrobněji v článku)

Věta: $COL_b \subset EC_{Ew}$

Vyplývá z předchozí věty a z dříve dokázaného vztahu
 $COL_b \subset COL_{wp}$.

Věta: $EC_{Ew} - EG \neq \emptyset$

Jazyk, který lze generovat EOL eko-kolonií s wp odvozením, ale nelze generovat eko-gramatickým systémem, je například

$$L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$$

- patří do EC_{Ew} :
tento jazyk lze generovat EOL eko-kolonií, jejíž definice i příklad derivace je v článku, „obcházení“ slov nepatřících do jazyka je zajištěno podobným způsobem jako u wp kolonie generující jazyk $\{a^i b^j c^k \mid i \neq j, j \neq k, i \neq k, i, j, k > 0\}$, již dříve dokázáno,
- nepatří do EG : (podrobněji v článku)
prostředí samotné tento jazyk (není OL) nezvládne, agenty samotné také ne, protože nelze určit, ve které části slova bude který agent pracovat, obdobně můžeme dokázat, že jazyk nevygenerujeme ani spoluprací prostředí a agentů.

Věta: $EC_{Ew} - COL_t \neq \emptyset$

Použijeme jazyk

$$L = \{ a^i b^j c^k \mid i \neq j, j \neq k, i \neq k, i, j, k > 0 \},$$

který

- patří do EC_{Ew} :
tento jazyk lze generovat EOL eko-kolonií, jejíž definice i příklad derivace je v článku,
- nepatří do COL_t :
nelze určit, které řetězce svého jazyka má komponenta použít na jednotlivé výskyty svého startovacího symbolu, proto lze vygenerovat i slova, ve kterých neplatí podmínka nerovnosti.

Věta: $EC_{0w} \subset EC_{Ew}$

Podmnožina:

0L eko-kolonie jsou speciální případ E0L eko-kolonií, kde terminální abeceda je totožná s abecedou systému.

Vlastní podmnožina:

Pro důkaz použijeme jazyk

$$L = \{a^{2^i} \mid i \geq 0\} \cup \{b^{3^i} \mid i \geq 0\}$$

Tento jazyk lze generovat E0L eko-kolonií pomocí neterminálních symbolů, ale v 0L eko-kolonii, kde jsou vlastně všechny symboly terminální, nemůžeme přecházet mezi (dostatečně dlouhými) slovy ze symbolů a a b v jednom kroku odvození, protože čísla 2 a 3 jsou nesoudělná.

Nemůžeme provést rozlišení ani na začátku derivace, protože „rozlišující“ pravidla by byla aplikovatelná i v dalších krocích.

Závěr

Kolonie jsou simulační nástroj, který se poměrně snadno programuje. Jejich výhodou je jednoduchost, nevýhodou je nemožnost simulovat složitější děje.

Tuto nevýhodu částečně odstraňují eko-kolonie, kdy nejen agenti mohou zasahovat do prostředí, ale také samotné prostředí se vyvíjí a tím nepřímo ovlivňuje agenti (svým složením určuje, které agenti mohou pracovat).

Zachováním oddělení terminální abecedy od abecedy systému v EOL eko-koloniích umožňujeme stanovit, kdy je dílo agentů zatím jen rozpracováno a odkdy se už nachází v „hotovém a použitelném“ stavu.