Eko-kolonie

Obhajoba rigorózní práce a tezí disertační práce

Mgr. Šárka Vavrečková

Ústav informatiky, Filozoficko-přírodovědecká fakulta Slezské univerzity v Opavě

sarka.vavreckova@fpf.slu.cz

3. září 2007

Obsah

Eko-kolonie jsou rozšířením kolonií ...

Kolonie

=jednoduchý gramatický systém

- komponenty = gramatiky generující konečné jazyky, každá komponenta má
  - startovací symbol – určuje objekt, který dokáže komponenta zpracovat,
  - vlastní konečný jazyk – sada akcí, které komponenta může provést s daným objektem,
- prostředí je statické, změny provádějí pouze komponenty,
- módy odvození jsou sekvenční (b-mode), sekvenčně-paralelní (t-mode), slabě paralelní (wp-mode) a silně paralelní (sp-mode).

Eko-kolonie jsou rozšířením kolonií . . .

Kolonie

=jednoduchý gramatický systém

- komponenty = gramatiky generující konečné jazyky, každá komponenta má
  - startovací symbol – určuje objekt, který dokáže komponenta zpracovat,
  - vlastní konečný jazyk – sada akcí, které komponenta může provést s daným objektem,
- prostředí je statické, změny provádějí pouze komponenty,
- módy odvození jsou sekvenční (b-mode), sekvenčně-paralelní (t-mode), slabě paralelní (wp-mode) a silně paralelní (sp-mode).

Eko-kolonie jsou rozšířením kolonií ...

Kolonie

=jednoduchý gramatický systém

- komponenty = gramatiky generující konečné jazyky, každá komponenta má
  - startovací symbol – určuje objekt, který dokáže komponenta zpracovat,
  - vlastní konečný jazyk – sada akcí, které komponenta může provést s daným objektem,
- prostředí je statické, změny provádějí pouze komponenty,
- módy odvození jsou sekvenční (b-mode), sekvenčně-paralelní (t-mode), slabě paralelní (wp-mode) a silně paralelní (sp-mode).

Eko-kolonie jsou rozšířením kolonií . . .

Kolonie

=jednoduchý gramatický systém

- komponenty = gramatiky generující konečné jazyky, každá komponenta má
  - startovací symbol – určuje objekt, který dokáže komponenta zpracovat,
  - vlastní konečný jazyk – sada akcí, které komponenta může provést s daným objektem,
- prostředí je statické, změny provádějí pouze komponenty,
- módy odvození jsou sekvenční (b-mode), sekvenčně-paralelní (t-mode), slabě paralelní (wp-mode) a silně paralelní (sp-mode).

Eko-kolonie jsou rozšířením kolonií ...

Kolonie

=jednoduchý gramatický systém

- komponenty = gramatiky generující konečné jazyky, každá komponenta má
  - startovací symbol – určuje objekt, který dokáže komponenta zpracovat,
  - vlastní konečný jazyk – sada akcí, které komponenta může provést s daným objektem,
- prostředí je statické, změny provádějí pouze komponenty,
- módy odvození jsou sekvenční (b-mode), sekvenčně-paralelní (t-mode), slabě paralelní (wp-mode) a silně paralelní (sp-mode).

. . . s inspirací u eko-gramatických systémů

Eko-gramatický systém

=složitější gramatický systém

- agenty mají vlastní stav, sadu vývojových pravidel ovlivňujících tento stav a sadu akčních pravidel ovlivňujících prostředí,
- prostředí je 0L-schéma, změny provádějí nejen agenty, ale prostředí se samo vyvíjí (vývojová pravidla),
- agenty pracují paralelně, prostředí také,
- agenty ovlivňují prostředí, prostředí ovlivňuje agenty.

. . . s inspirací u eko-gramatických systémů

Eko-gramatický systém

=složitější gramatický systém

- agenty mají vlastní stav, sadu vývojových pravidel ovlivňujících tento stav a sadu akčních pravidel ovlivňujících prostředí,
- prostředí je 0L-schéma, změny provádějí nejen agenty, ale prostředí se samo vyvíjí (vývojová pravidla),
- agenty pracují paralelně, prostředí také,
- agenty ovlivňují prostředí, prostředí ovlivňuje agenty.

. . . s inspirací u eko-gramatických systémů

Eko-gramatický systém

=složitější gramatický systém

- agenty mají vlastní stav, sadu vývojových pravidel ovlivňujících tento stav a sadu akčních pravidel ovlivňujících prostředí,
- prostředí je 0L-schéma, změny provádějí nejen agenty, ale prostředí se samo vyvíjí (vývojová pravidla),
- agenty pracují paralelně, prostředí také,
- agenty ovlivňují prostředí, prostředí ovlivňuje agenty.

. . . s inspirací u eko-gramatických systémů

Eko-gramatický systém

=složitější gramatický systém

- agenty mají vlastní stav, sadu vývojových pravidel ovlivňujících tento stav a sadu akčních pravidel ovlivňujících prostředí,
- prostředí je 0L-schéma, změny provádějí nejen agenty, ale prostředí se samo vyvíjí (vývojová pravidla),
- agenty pracují paralelně, prostředí také,
- agenty ovlivňují prostředí, prostředí ovlivňuje agenty.

Eko-kolonie

Základní vlastnosti:

- od kolonií:
  - agenty eko-kolonií mají startovací symbol a konečný jazyk,
  - přejímají jeden z módů odvození,
- od eko-gramatických systémů:
  - prostředí se může samo vyvíjet,
  - přejat další mód odvození.

Eko-kolonie

Základní vlastnosti:

- od kolonií:
  - agenty eko-kolonií mají startovací symbol a konečný jazyk,
  - přejímají jeden z módů odvození,
- od eko-gramatických systémů:
  - prostředí se může samo vyvíjet,
  - přejat další mód odvození.

Eko-kolonie jako gramatický systém

= model společenství spolupracujících procesů $\Longrightarrow$ gramatický systém

- *symboly* – prvky abecedy, objekty,
- *prostředí* – obsahuje symboly, může se samo vyvíjet (vývojová pravidla),
  - prostředí je 0L-schéma $\Longrightarrow$ 0L eko-kolonie,
  - prostředí je E0L-schéma $\Longrightarrow$ E0L eko-kolonie,
- *agenty* – spolupracující gramatiky, procesy, pracují paralelně,
  - *startovací symbol* – typ symbolu, který agent dokáže zpracovat,
  - *konečný jazyk agenta* (množina akcí) – co agent může provést,
- *činnost:* agent hledá v prostředí svůj startovací symbol, když ho najde, nahradí ho některým slovem svého jazyka.

Eko-kolonie jako gramatický systém

= model společenství spolupracujících procesů $\Longrightarrow$ gramatický systém

- *symboly* – prvky abecedy, objekty,
- *prostředí* – obsahuje symboly, může se samo vyvíjet (vývojová pravidla),
  - prostředí je 0L-schéma $\Longrightarrow$ 0L eko-kolonie,
  - prostředí je E0L-schéma $\Longrightarrow$ E0L eko-kolonie,
- *agenty* – spolupracující gramatiky, procesy, pracují paralelně,
  - *startovací symbol* – typ symbolu, který agent dokáže zpracovat,
  - *konečný jazyk agenta* (množina akcí) – co agent může provést,
- *činnost:* agent hledá v prostředí svůj startovací symbol, když ho najde, nahradí ho některým slovem svého jazyka.

Eko-kolonie jako gramatický systém

= model společenství spolupracujících procesů $\Longrightarrow$ gramatický systém

- *symboly* – prvky abecedy, objekty,
- *prostředí* – obsahuje symboly, může se samo vyvíjet (vývojová pravidla),
  - prostředí je 0L-schéma $\Longrightarrow$ 0L eko-kolonie,
  - prostředí je E0L-schéma $\Longrightarrow$ E0L eko-kolonie,
- *agenty* – spolupracující gramatiky, procesy, pracují paralelně,
  - *startovací symbol* – typ symbolu, který agent dokáže zpracovat,
  - *konečný jazyk agenta* (množina akcí) – co agent může provést,
- *činnost:* agent hledá v prostředí svůj startovací symbol, když ho najde, nahradí ho některým slovem svého jazyka.

Eko-kolonie jako gramatický systém

= model společenství spolupracujících procesů $\Longrightarrow$ gramatický systém

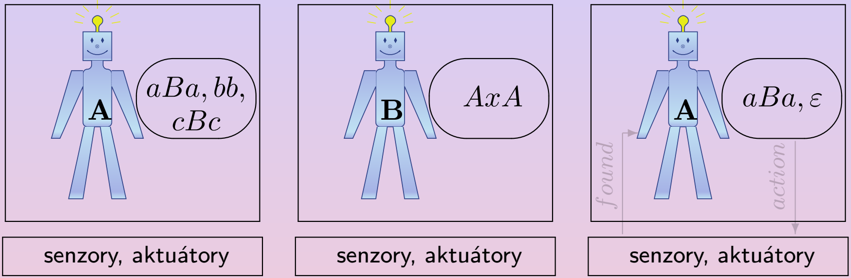
- *symboly* – prvky abecedy, objekty,
- *prostředí* – obsahuje symboly, může se samo vyvíjet (vývojová pravidla),
  - prostředí je 0L-schéma $\Longrightarrow$ 0L eko-kolonie,
  - prostředí je E0L-schéma $\Longrightarrow$ E0L eko-kolonie,
- *agenty* – spolupracující gramatiky, procesy, pracují paralelně,
  - *startovací symbol* – typ symbolu, který agent dokáže zpracovat,
  - *konečný jazyk agenta* (množina akcí) – co agent může provést,
- *činnost:* agent hledá v prostředí svůj startovací symbol, když ho najde, nahradí ho některým slovem svého jazyka.

Eko-kolonie jako gramatický systém

= model společenství spolupracujících procesů $\Longrightarrow$ gramatický systém

- *symboly* – prvky abecedy, objekty,
- *prostředí* – obsahuje symboly, může se samo vyvíjet (vývojová pravidla),
  - prostředí je 0L-schéma $\Longrightarrow$ 0L eko-kolonie,
  - prostředí je E0L-schéma $\Longrightarrow$ E0L eko-kolonie,
- *agenty* – spolupracující gramatiky, procesy, pracují paralelně,
  - *startovací symbol* – typ symbolu, který agent dokáže zpracovat,
  - *konečný jazyk agenta* (množina akcí) – co agent může provést,
- *činnost:* agent hledá v prostředí svůj startovací symbol, když ho najde, nahradí ho některým slovem svého jazyka.

Příklad (motivace)

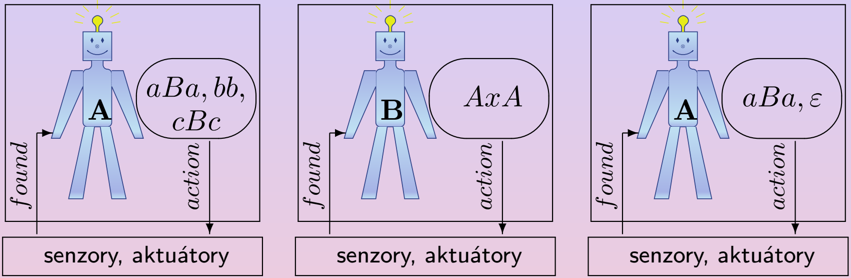


a	A	x	A	a	d	C	C	b								

$B \rightarrow bB$ $\quad A \rightarrow A$ $\quad C \rightarrow c$ $\quad c \rightarrow c$ $\quad C \rightarrow cD$ $\quad d \rightarrow d$ $\quad b \rightarrow bb$

$x \rightarrow x$ $\quad a \rightarrow a$ $\quad D \rightarrow C$

Příklad (motivace)

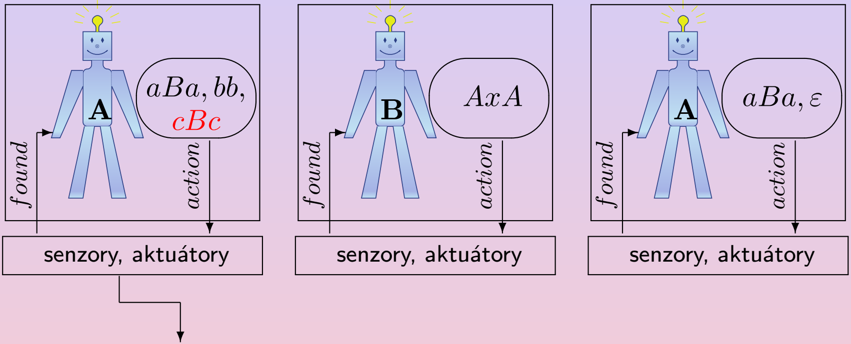


a	A	x	A	a	d	C	C	b								

$B \to bB$ $\quad A \to A$ $\quad C \to c$ $\quad c \to c$ $\quad C \to cD$ $\quad d \to d$ $\quad b \to bb$

$x \to x$ $\quad a \to a$ $\quad D \to C$

Příklad (motivace)

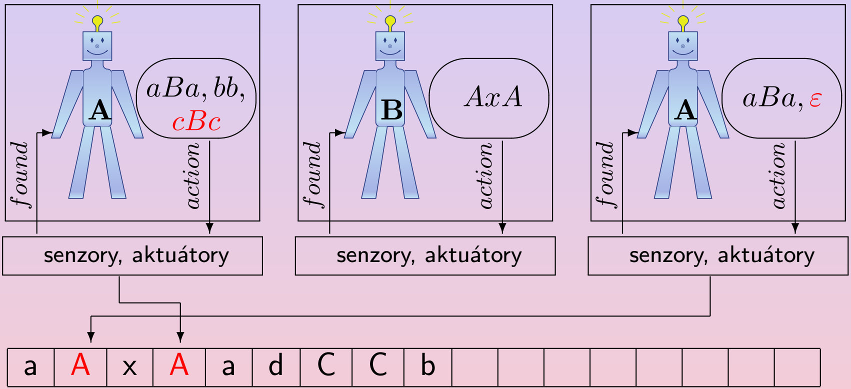


a	A	x	A	a	d	C	C	b								

$B \to bB$ $\quad A \to A$ $\quad C \to c$ $\quad c \to c$ $\quad C \to cD$ $\quad d \to d$ $\quad b \to bb$

$x \to x$ $\quad a \to a$ $\quad D \to C$

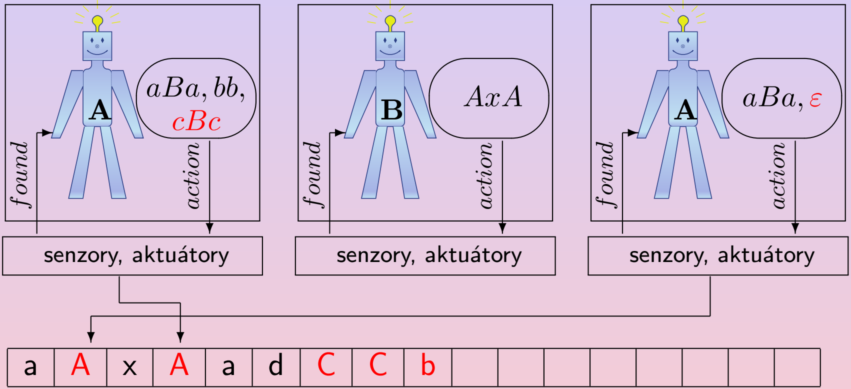
Příklad (motivace)



$B \to bB$ $A \to A$ $C \to c$ $c \to c$ $C \to cD$ $d \to d$ $b \to bb$

$x \to x$ $a \to a$ $D \to C$

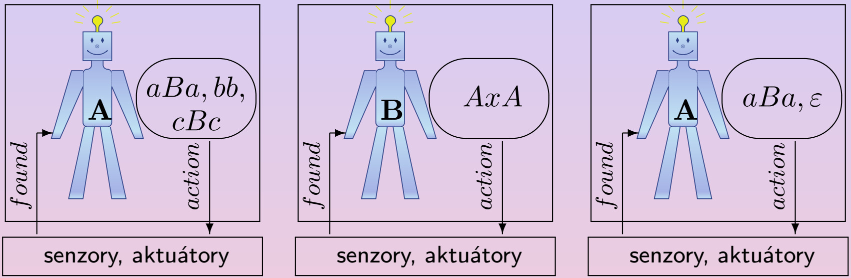
Příklad (motivace)



$B \to bB$ $\quad A \to A$ $\quad C \to c$ $\quad c \to c$ $\quad C \to cD$ $\quad d \to d$ $\quad b \to bb$

$x \to x$ $\quad a \to a$ $\quad D \to C$

Příklad (motivace)

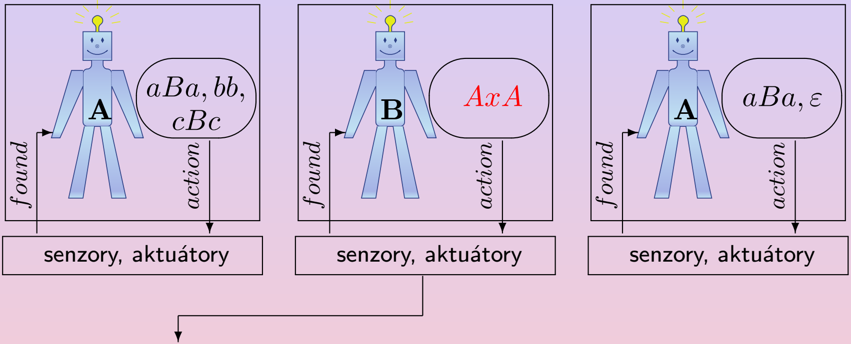


a	x	c	B	c	a	d	c	D	c	D	b	b				

$B \to bB$ $\quad A \to A$ $\quad C \to c$ $\quad c \to c$ $\quad C \to cD$ $\quad d \to d$ $\quad b \to bb$

$x \to x$ $\quad a \to a$ $\quad D \to C$

Příklad (motivace)



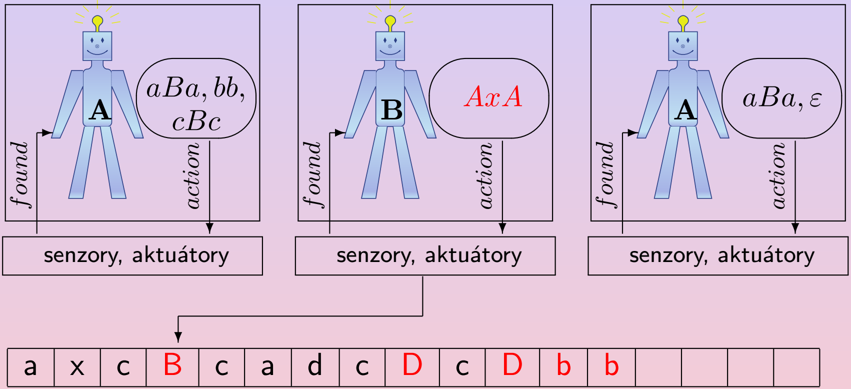
a	x	c	B	c	a	d	c	D	c	D	b	b				

$B \to bB$ $\quad A \to A$ $\quad C \to c$ $\quad C \to cD$ $\quad d \to d$

$x \to x$ $\quad c \to c$ $\quad b \to bb$

$a \to a$ $\quad D \to C$

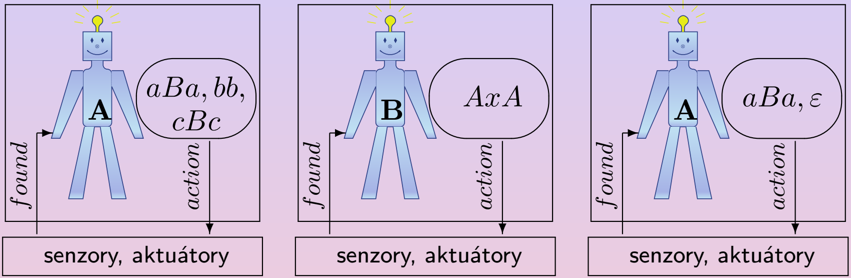
Příklad (motivace)



$B \to bB$ $\quad A \to A$ $\quad C \to c$ $\quad c \to c$ $\quad C \to cD$ $\quad d \to d$ $\quad b \to bb$

$x \to x$ $\quad a \to a$ $\quad D \to C$

Příklad (motivace)



a	x	c	A	x	A	c	a	d	c	C	c	C	b	b	b	b

$B \rightarrow bB$ $\quad A \rightarrow A$ $\quad C \rightarrow c$ $\quad c \rightarrow c$ $\quad C \rightarrow cD$ $\quad d \rightarrow d$ $\quad b \rightarrow bb$

$x \rightarrow x$ $\quad a \rightarrow a$ $\quad D \rightarrow C$

Příklad (formální zápis)

Agenty:

$$A_1 = (A,\ \{aBa,\ bb,\ cBc\})$$
$$A_2 = (B,\ \{AxA\})$$
$$A_3 = (A,\ \{aBa,\ \varepsilon\})$$

Vývojová pravidla prostředí:

$C \to cD$	$D \to C$	$A \to A$	$d \to d$
$C \to c$	$B \to bB$	$a \to a$	$x \to x$
$b \to bb$		$c \to c$	

Příklad (formální zápis)

Agenty:

$A_1 = (A,\ \{aBa,\ bb,\ cBc\})$
$A_2 = (B,\ \{AxA\})$
$A_3 = (A,\ \{aBa,\ \varepsilon\})$

Vývojová pravidla prostředí:

$C \to cD$	$D \to C$	$A \to A$	$d \to d$
$C \to c$	$B \to bB$	$a \to a$	$x \to x$
$b \to bb$		$c \to c$	

Definition (Kolonie)

Kolonie je uspořádaná čtveřice $\mathcal{C} = (V, T, \mathcal{R}, \omega_0)$, kde

- V je konečná neprázdná abeceda kolonie,
- T je terminální abeceda kolonie, $T \subseteq V$,
- $\mathcal{R}$ je konečná multimnožina komponent,

$$\mathcal{R} = \Big\{(S, F) \;\Big|\; \begin{array}{l} S \in V,\ F \subseteq (V - \{S\})^*, \\ F \text{ je konečná a neprázdná} \end{array}\Big\},$$

  S je startovací symbol komponenty (S, F) a F je konečný jazyk této komponenty,
- ω_0 je axiom.

Definition (Kolonie)

Kolonie je uspořádaná čtveřice $\mathcal{C} = (V, T, \mathcal{R}, \omega_0)$, kde

- V je konečná neprázdná abeceda kolonie,
- T je terminální abeceda kolonie, $T \subseteq V$,
- $\mathcal{R}$ je konečná multimnožina komponent,

$$\mathcal{R} = \Big\{(S, F) \;\Big|\; S \in V,\ F \subseteq (V - \{S\})^*,\ F \text{ je konečná a neprázdná}\Big\},$$

  S je startovací symbol komponenty (S, F) a F je konečný jazyk této komponenty,
- ω_0 je axiom.

Definition (Kolonie)

Kolonie je uspořádaná čtveřice $\mathcal{C} = (V, T, \mathcal{R}, \omega_0)$, kde

- V je konečná neprázdná abeceda kolonie,
- T je terminální abeceda kolonie, $T \subseteq V$,
- $\mathcal{R}$ je konečná multimnožina komponent,

$$\mathcal{R} = \{(S, F) \mid S \in V,\ F \subseteq (V - \{S\})^*,\ F \text{ je konečná a neprázdná}\},$$

  S je startovací symbol komponenty (S, F) a F je konečný jazyk této komponenty,
- ω_0 je axiom.

Definition (Kolonie)

Kolonie je uspořádaná čtveřice $\mathcal{C} = (V, T, \mathcal{R}, \omega_0)$, kde

- V je konečná neprázdná abeceda kolonie,
- T je terminální abeceda kolonie, $T \subseteq V$,
- $\mathcal{R}$ je konečná multimnožina komponent,

$$\mathcal{R} = \Big\{ (S, F) \;\Big|\; \begin{array}{l} S \in V,\ F \subseteq (V - \{S\})^*, \\ F \text{ je konečná a neprázdná} \end{array} \Big\},$$

  S je startovací symbol komponenty (S, F) a F je konečný jazyk této komponenty,
- ω_0 je axiom.

Definition (E0L eko-kolonie)

E0L eko-kolonie stupně n pro celé číslo $n > 0$ je uspořádaná $(n+2)$-tice $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, \omega_0)$, kde

- $E = (V, T, P)$ je E0L-schéma, *prostředí systému*, kde
  - V je konečná neprázdná abeceda systému,
  - T je konečná neprázdná terminální abeceda, $T \subseteq V$,
  - P je konečná úplná množina vývojových pravidel nad abecedou V,
- $A_i = (S_i, F_i)$ pro $1 \leq i \leq n$ jsou agenty, kde
  - $S_i \in V$ startovací symbol agenta A_i,
  - $F_i \subseteq (V - \{S_i\})^*$ je konečná množina pravidel agenta (jeho jazyk),
- ω_0 je axiom.

Definition (E0L eko-kolonie)

E0L eko-kolonie stupně n pro celé číslo $n > 0$ je uspořádaná $(n+2)$-tice $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, \omega_0)$, kde

- $E = (V, T, P)$ je E0L-schéma, *prostředí systému*, kde
  - V je konečná neprázdná abeceda systému,
  - T je konečná neprázdná terminální abeceda, $T \subseteq V$,
  - P je konečná úplná množina vývojových pravidel nad abecedou V,
- $A_i = (S_i, F_i)$ pro $1 \leq i \leq n$ jsou agenty, kde
  - $S_i \in V$ startovací symbol agenta A_i,
  - $F_i \subseteq (V - \{S_i\})^*$ je konečná množina pravidel agenta (jeho jazyk),
- ω_0 je axiom.

Definition (E0L eko-kolonie)

E0L eko-kolonie stupně n pro celé číslo $n > 0$ je uspořádaná $(n+2)$-tice $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, \omega_0)$, kde

- $E = (V, T, P)$ je E0L-schéma, *prostředí systému*, kde
  - V je konečná neprázdná abeceda systému,
  - T je konečná neprázdná terminální abeceda, $T \subseteq V$,
  - P je konečná úplná množina vývojových pravidel nad abecedou V,
- $A_i = (S_i, F_i)$ pro $1 \leq i \leq n$ jsou agenty, kde
  - $S_i \in V$ startovací symbol agenta A_i,
  - $F_i \subseteq (V - \{S_i\})^*$ je konečná množina pravidel agenta (jeho jazyk),
- ω_0 je axiom.

Definition (E0L eko-kolonie)

E0L eko-kolonie stupně n pro celé číslo $n > 0$ je uspořádaná $(n+2)$-tice $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, \omega_0)$, kde

- $E = (V, T, P)$ je E0L-schéma, *prostředí systému*, kde
  - V je konečná neprázdná abeceda systému,
  - T je konečná neprázdná terminální abeceda, $T \subseteq V$,
  - P je konečná úplná množina vývojových pravidel nad abecedou V,
- $A_i = (S_i, F_i)$ pro $1 \leq i \leq n$ jsou agenty, kde
  - $S_i \in V$ startovací symbol agenta A_i,
  - $F_i \subseteq (V - \{S_i\})^*$ je konečná množina pravidel agenta (jeho jazyk),
- ω_0 je axiom.

Definition (E0L eko-kolonie)

E0L eko-kolonie stupně n pro celé číslo $n > 0$ je uspořádaná $(n+2)$-tice $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, \omega_0)$, kde

- $E = (V, T, P)$ je E0L-schéma, *prostředí systému*, kde
  - V je konečná neprázdná abeceda systému,
  - T je konečná neprázdná terminální abeceda, $T \subseteq V$,
  - P je konečná úplná množina vývojových pravidel nad abecedou V,
- $A_i = (S_i, F_i)$ pro $1 \leq i \leq n$ jsou agenty, kde
  - $S_i \in V$ startovací symbol agenta A_i,
  - $F_i \subseteq (V - \{S_i\})^*$ je konečná množina pravidel agenta (jeho jazyk),
- ω_0 je axiom.

Definition (E0L eko-kolonie)

E0L eko-kolonie stupně n pro celé číslo $n > 0$ je uspořádaná $(n+2)$-tice $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, \omega_0)$, kde

- $E = (V, T, P)$ je E0L-schéma, *prostředí systému*, kde
  - V je konečná neprázdná abeceda systému,
  - T je konečná neprázdná terminální abeceda, $T \subseteq V$,
  - P je konečná úplná množina vývojových pravidel nad abecedou V,
- $A_i = (S_i, F_i)$ pro $1 \leq i \leq n$ jsou agenty, kde
  - $S_i \in V$ startovací symbol agenta A_i,
  - $F_i \subseteq (V - \{S_i\})^*$ je konečná množina pravidel agenta (jeho jazyk),
- ω_0 je axiom.

Definition (E0L eko-kolonie)

E0L eko-kolonie stupně n pro celé číslo $n > 0$ je uspořádaná $(n+2)$-tice $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, \omega_0)$, kde

- $E = (V, T, P)$ je E0L-schéma, *prostředí systému*, kde
  - V je konečná neprázdná abeceda systému,
  - T je konečná neprázdná terminální abeceda, $T \subseteq V$,
  - P je konečná úplná množina vývojových pravidel nad abecedou V,
- $A_i = (S_i, F_i)$ pro $1 \leq i \leq n$ jsou agenty, kde
  - $S_i \in V$ startovací symbol agenta A_i,
  - $F_i \subseteq (V - \{S_i\})^*$ je konečná množina pravidel agenta (jeho jazyk),
- ω_0 je axiom.

Definition (E0L eko-kolonie)

E0L eko-kolonie stupně n pro celé číslo $n > 0$ je uspořádaná $(n+2)$-tice $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, \omega_0)$, kde

- $E = (V, T, P)$ je E0L-schéma, *prostředí systému*, kde
  - V je konečná neprázdná abeceda systému,
  - T je konečná neprázdná terminální abeceda, $T \subseteq V$,
  - P je konečná úplná množina vývojových pravidel nad abecedou V,
- $A_i = (S_i, F_i)$ pro $1 \leq i \leq n$ jsou agenty, kde
  - $S_i \in V$ startovací symbol agenta A_i,
  - $F_i \subseteq (V - \{S_i\})^*$ je konečná množina pravidel agenta (jeho jazyk),
- ω_0 je axiom.

Definition (0L eko-kolonie)

0L eko-kolonie stupně n pro celé číslo $n > 0$ je uspořádaná $(n+2)$-tice $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, \omega_0)$, kde

- $E = (V, P)$ je 0L-schéma, *prostředí systému*, kde
  - V je konečná neprázdná abeceda systému,
  - (abeceda T není použita),
  - P je konečná úplná množina vývojových pravidel nad abecedou V,
- $A_i = (S_i, F_i)$ pro $1 \leq i \leq n$ jsou agenty, kde
  - $S_i \in V$ startovací symbol agenta A_i,
  - $F_i \subseteq (V - \{S_i\})^*$ je konečná množina pravidel agenta (jeho jazyk),
- ω_0 je axiom.

Definition (Slabý paralelismus pro eko-kolonie, wp)

V eko-kolonii $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, \omega_0)$, kde V je abeceda systému, řetězec α je v relaci $\stackrel{wp}{\Longrightarrow}$ s řetězcem β, píšeme $\alpha \stackrel{wp}{\Longrightarrow} \beta$, jestliže

- $\alpha = v_0 S_{i_1} v_1 S_{i_2} v_2 \ldots v_{k-1} S_{i_k} v_k,$
- $\beta = v'_0 f_{i_1} v'_1 f_{i_2} v'_2 \ldots v'_{k-1} f_{i_k} v'_k,$
- kde $v_j, v'_j \in V^*,\ 0 \leq j \leq k,\ S_{i_j} \in V,\ 1 \leq j \leq k,$ $f_{i_j} \in \left(V - \{S_{i_j}\}\right)^*,\ 1 \leq j \leq k,$
- existují agenty $A_{i_j} = \left(S_{i_j}, F_{i_j}\right),\ 1 \leq j \leq k,$ takové, že $f_{i_j} \in F_{i_j},$
- $i_t \neq i_s$ pro všechna $t \neq s,\ 1 \leq t, s \leq k,$

SLIDE 1 OF DEFINITION

Definition (Slabý paralelismus pro eko-kolonie, wp)

V eko-kolonii $\Sigma = (E, A_1, A_2, \dots, A_n, \omega_0)$, kde V je abeceda systému, řetězec α je v relaci $\overset{wp}{\Longrightarrow}$ s řetězcem β, píšeme $\alpha \overset{wp}{\Longrightarrow} \beta$, jestliže

- $\alpha = v_0 S_{i_1} v_1 S_{i_2} v_2 \dots v_{k-1} S_{i_k} v_k$,
- $\beta = v'_0 f_{i_1} v'_1 f_{i_2} v'_2 \dots v'_{k-1} f_{i_k} v'_k$,
- kde $v_j, v'_j \in V^*$, $0 \leq j \leq k$, $S_{i_j} \in V$, $1 \leq j \leq k$, $f_{i_j} \in \left(V - \{S_{i_j}\}\right)^*$, $1 \leq j \leq k$,
- existují agenty $A_{i_j} = \left(S_{i_j}, F_{i_j}\right)$, $1 \leq j \leq k$, takové, že $f_{i_j} \in F_{i_j}$,
- $i_t \neq i_s$ pro všechna $t \neq s$, $1 \leq t, s \leq k$,

Definition (Slabý paralelismus pro eko-kolonie, wp)

V eko-kolonii $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, \omega_0)$, kde V je abeceda systému, řetězec α je v relaci $\overset{wp}{\Longrightarrow}$ s řetězcem β, píšeme $\alpha \overset{wp}{\Longrightarrow} \beta$, jestliže

- $\alpha = v_0 S_{i_1} v_1 S_{i_2} v_2 \ldots v_{k-1} S_{i_k} v_k$,
- $\beta = v'_0 f_{i_1} v'_1 f_{i_2} v'_2 \ldots v'_{k-1} f_{i_k} v'_k$,
- kde $v_j, v'_j \in V^*,\ 0 \leq j \leq k,\ S_{i_j} \in V,\ 1 \leq j \leq k,$ $f_{i_j} \in \left(V - \{S_{i_j}\}\right)^*,\ 1 \leq j \leq k,$
- existují agenty $A_{i_j} = \left(S_{i_j}, F_{i_j}\right),\ 1 \leq j \leq k$, takové, že $f_{i_j} \in F_{i_j}$,
- $i_t \neq i_s$ pro všechna $t \neq s,\ 1 \leq t, s \leq k$,

Definition (Slabý paralelismus pro eko-kolonie, wp)

V eko-kolonii $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, \omega_0)$, kde V je abeceda systému, řetězec α je v relaci $\overset{wp}{\Longrightarrow}$ s řetězcem β, píšeme $\alpha \overset{wp}{\Longrightarrow} \beta$, jestliže

- $\alpha = v_0 S_{i_1} v_1 S_{i_2} v_2 \ldots v_{k-1} S_{i_k} v_k$,
- $\beta = v'_0 f_{i_1} v'_1 f_{i_2} v'_2 \ldots v'_{k-1} f_{i_k} v'_k$,
- kde $v_j, v'_j \in V^*,\ 0 \leq j \leq k,\ S_{i_j} \in V,\ 1 \leq j \leq k,$
  $f_{i_j} \in \left(V - \{S_{i_j}\}\right)^*,\ 1 \leq j \leq k,$
- existují agenty $A_{i_j} = \left(S_{i_j}, F_{i_j}\right),\ 1 \leq j \leq k$, takové, že $f_{i_j} \in F_{i_j}$,
- $i_t \neq i_s$ pro všechna $t \neq s,\ 1 \leq t, s \leq k$,

Slide 1 of definition

Definition (Slabý paralelismus pro eko-kolonie, wp)

V eko-kolonii $\Sigma = (E, A_1, A_2, \dots, A_n, \omega_0)$, kde V je abeceda systému, řetězec α je v relaci $\overset{wp}{\Longrightarrow}$ s řetězcem β, píšeme $\alpha \overset{wp}{\Longrightarrow} \beta$, jestliže

- $\alpha = v_0 S_{i_1} v_1 S_{i_2} v_2 \dots v_{k-1} S_{i_k} v_k$,
- $\beta = v'_0 f_{i_1} v'_1 f_{i_2} v'_2 \dots v'_{k-1} f_{i_k} v'_k$,
- kde $v_j, v'_j \in V^*$, $0 \leq j \leq k$, $S_{i_j} \in V$, $1 \leq j \leq k$, $f_{i_j} \in \left(V - \{S_{i_j}\}\right)^*$, $1 \leq j \leq k$,
- existují agenty $A_{i_j} = \left(S_{i_j}, F_{i_j}\right)$, $1 \leq j \leq k$, takové, že $f_{i_j} \in F_{i_j}$,
- $i_t \neq i_s$ pro všechna $t \neq s$, $1 \leq t, s \leq k$,

SLIDE 1 OF DEFINITION

Definition (Slabý paralelismus pro eko-kolonie, wp)

- jestliže označíme t počet agentů se startovacím symbolem S, pak

$$\sum_{\substack{j=1 \\ S_{i_j}=S}}^{k} |\alpha|_{S_{i_j}} = min\left(|\alpha|_S, t\right)$$

- $v_0 v_1 \ldots v_{k-1} v_k \Rightarrow_E v'_0 v'_1 \ldots v'_{k-1} v'_k$ je odvození vzniklé samotným vývojem prostředí.

Definition (Slabý paralelismus pro eko-kolonie, wp)

- jestliže označíme t počet agentů se startovacím symbolem S, pak
$$\sum_{\substack{j=1\\ S_{i_j}=S}}^{k} |\alpha|_{S_{i_j}} = min\left(|\alpha|_S, t\right)$$
- $v_0 v_1 \ldots v_{k-1} v_k \Rightarrow_E v'_0 v'_1 \ldots v'_{k-1} v'_k$ je odvození vzniklé samotným vývojem prostředí.

Slide 2 of definition

Definition (Plný paralelismus pro eko-kolonie, ap)

V eko-kolonii $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, \omega_0)$, kde V je abeceda systému, řetězec α je v relaci $\overset{ap}{\Longrightarrow}$ s řetězcem β, píšeme $\alpha \overset{ap}{\Longrightarrow} \beta$, jestliže

- $\alpha = v_0 S_{i_1} v_1 S_{i_2} v_2 \ldots v_{n-1} S_{i_n} v_n$,
- $\beta = v'_0 f_{i_1} v'_1 f_{i_2} v'_2 \ldots v'_{n-1} f_{i_n} v'_n$,
- kde $v_j, v'_j \in V^*,\ 0 \leq j \leq n$,
  $S_{i_j} \in V,\ 1 \leq j \leq n,\ f_{i_j} \in \left(V - \{S_{i_j}\}\right)^*,\ 1 \leq j \leq n$,
- existují agenty $A_{i_j} = (S_{i_j}, F_{i_j}),\ 1 \leq j \leq n$, takové, že $f_{i_j} \in F_{i_j}$,
- $\{i_1, i_2, \ldots, i_n\} = \{1, 2, \ldots, n\}$,
- $v_0 v_1 \ldots v_{n-1} v_n \Rightarrow_E v'_0 v'_1 \ldots v'_{n-1} v'_n$ je odvození vzniklé samotným vývojem prostředí.

Definition (Jazyk generovaný eko-kolonií)

Nechť $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, w_0)$ je 0L eko-kolonie. Jazyk generovaný Σ s použitím módu odvození x, $x \in \{wp, ap\}$, je

$$L(\Sigma, x) = \{w \in V^* \ : \ w_0 \stackrel{x}{\Longrightarrow}{}^* w\}.$$

Nechť $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, w_0)$ je E0L eko-kolonie. Jazyk generovaný Σ s použitím módu odvození x, $x \in \{wp, ap\}$, je

$$L(\Sigma, x) = \{w \in T^* \ : \ w_0 \stackrel{x}{\Longrightarrow}{}^* w\}.$$

Definition (Jazyk generovaný eko-kolonií)

Nechť $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, w_0)$ je 0L eko-kolonie. Jazyk generovaný Σ s použitím módu odvození x, $x \in \{wp, ap\}$, je

$$L(\Sigma, x) = \{w \in V^* \;:\; w_0 \overset{x}{\Longrightarrow}{}^{*} w\}.$$

Nechť $\Sigma = (E, A_1, A_2, \ldots, A_n, w_0)$ je E0L eko-kolonie. Jazyk generovaný Σ s použitím módu odvození x, $x \in \{wp, ap\}$, je

$$L(\Sigma, x) = \{w \in T^* \;:\; w_0 \overset{x}{\Longrightarrow}{}^{*} w\}.$$

Příklad eko-kolonie

$\Sigma = (E, A_1, A_2, AbB)$ je E0L eko-kolonie, kde
$E = (\{A, B, a, b\}, \{a, b\}, \{a \to a, b \to bb, A \to A, B \to B\})$,
$A_1 = (A, \{aB, \varepsilon\}), \quad A_2 = (B, \{aA, \varepsilon\})$

$AbB \stackrel{ap}{\Longrightarrow} aBb^2aA \stackrel{ap}{\Longrightarrow} a^2Ab^4a^2B \stackrel{ap}{\Longrightarrow} \dots \stackrel{ap}{\Longrightarrow} a^nAb^{2^n}a^nB \stackrel{ap}{\Longrightarrow}$
$\stackrel{ap}{\Longrightarrow} a^nb^{2^{(n+1)}}a^n$

$AbB \stackrel{wp}{\Longrightarrow} aBb^2aA \stackrel{wp}{\Longrightarrow} a^2Ab^4a^2B \stackrel{wp}{\Longrightarrow} a^2b^8a^3A \stackrel{wp}{\Longrightarrow} a^2b^{16}a^4B \stackrel{wp}{\Longrightarrow}$
$\stackrel{wp}{\Longrightarrow} a^2b^{32}a^5A \stackrel{wp}{\Longrightarrow} \dots$

Generované jazyky jsou:

$$L(\Sigma, ap) = \{a^nb^{2^n}a^n \mid n \geq 0\}$$
$$L(\Sigma, wp) = \{a^ib^{2^n}a^j \mid n \geq 0,\ 0 \leq i, j < n\}$$

Příklad eko-kolonie

$\Sigma = (E, A_1, A_2, AbB)$ je E0L eko-kolonie, kde
$E = (\{A, B, a, b\}, \{a, b\}, \{a \to a, b \to bb, A \to A, B \to B\})$,
$A_1 = (A, \{aB, \varepsilon\}), \quad A_2 = (B, \{aA, \varepsilon\})$

$$AbB \stackrel{ap}{\Longrightarrow} aBb^2aA \stackrel{ap}{\Longrightarrow} a^2Ab^4a^2B \stackrel{ap}{\Longrightarrow} \dots \stackrel{ap}{\Longrightarrow} a^nAb^{2^n}a^nB \stackrel{ap}{\Longrightarrow} \stackrel{ap}{\Longrightarrow} a^nb^{2^{(n+1)}}a^n$$

$$AbB \stackrel{wp}{\Longrightarrow} aBb^2aA \stackrel{wp}{\Longrightarrow} a^2Ab^4a^2B \stackrel{wp}{\Longrightarrow} a^2b^8a^3A \stackrel{wp}{\Longrightarrow} a^2b^{16}a^4B \stackrel{wp}{\Longrightarrow} \stackrel{wp}{\Longrightarrow} a^2b^{32}a^5A \stackrel{wp}{\Longrightarrow} \dots$$

Generované jazyky jsou:

$$L(\Sigma, ap) = \{a^nb^{2^n}a^n \mid n \geq 0\}$$
$$L(\Sigma, wp) = \{a^ib^{2^n}a^j \mid n \geq 0,\ 0 \leq i, j < n\}$$

Příklad eko-kolonie

$\Sigma = (E, A_1, A_2, AbB)$ je E0L eko-kolonie, kde
$E = (\{A, B, a, b\}, \{a, b\}, \{a \to a, b \to bb, A \to A, B \to B\}),$
$A_1 = (A, \{aB, \varepsilon\}), \quad A_2 = (B, \{aA, \varepsilon\})$

$$AbB \xRightarrow{ap} aBb^2aA \xRightarrow{ap} a^2Ab^4a^2B \xRightarrow{ap} \dots \xRightarrow{ap} a^nAb^{2^n}a^nB \xRightarrow{ap} \xRightarrow{ap} a^nb^{2^{(n+1)}}a^n$$

$$AbB \xRightarrow{wp} aBb^2aA \xRightarrow{wp} a^2Ab^4a^2B \xRightarrow{wp} a^2b^8a^3A \xRightarrow{wp} a^2b^{16}a^4B \xRightarrow{wp} \xRightarrow{wp} a^2b^{32}a^5A \xRightarrow{wp} \dots$$

Generované jazyky jsou:

$$L(\Sigma, ap) = \{a^nb^{2^n}a^n \mid n \geq 0\}$$

$$L(\Sigma, wp) = \{a^ib^{2^n}a^j \mid n \geq 0,\ 0 \leq i, j < n\}$$

Příklad eko-kolonie

$\Sigma = (E, A_1, A_2, AbB)$ je E0L eko-kolonie, kde
$E = (\{A, B, a, b\}, \{a, b\}, \{a \to a, b \to bb, A \to A, B \to B\})$,
$A_1 = (A, \{aB, \varepsilon\})$, $\quad A_2 = (B, \{aA, \varepsilon\})$

$$AbB \overset{ap}{\Longrightarrow} aBb^2aA \overset{ap}{\Longrightarrow} a^2Ab^4a^2B \overset{ap}{\Longrightarrow} \dots \overset{ap}{\Longrightarrow} a^nAb^{2^n}a^nB \overset{ap}{\Longrightarrow} \overset{ap}{\Longrightarrow} a^nb^{2^{(n+1)}}a^n$$

$$AbB \overset{wp}{\Longrightarrow} aBb^2aA \overset{wp}{\Longrightarrow} a^2Ab^4a^2B \overset{wp}{\Longrightarrow} a^2b^8a^3A \overset{wp}{\Longrightarrow} a^2b^{16}a^4B \overset{wp}{\Longrightarrow} \overset{wp}{\Longrightarrow} a^2b^{32}a^5A \overset{wp}{\Longrightarrow} \dots$$

Generované jazyky jsou:

$$L(\Sigma, ap) = \{a^nb^{2^n}a^n \mid n \geq 0\}$$
$$L(\Sigma, wp) = \{a^ib^{2^n}a^j \mid n \geq 0,\ 0 \leq i, j < n\}$$

Vztahy dokázané v práci

Tabulka 1 – Kolonie a eko-kolonie

	$\mathscr{L}(0EC_{wp})$	$\mathscr{L}(0EC_{ap})$	$\mathscr{L}(EEC_{wp})$	$\mathscr{L}(EEC_{ap})$
$\mathscr{L}(COL_b)$	$\bigcirc\!\!\!\bigcirc$	$\bigcirc\!\!\!\bigcirc$	$\subset$	$\subset$
$\mathscr{L}(COL_t)$	$\bigcirc\!\!\!\bigcirc$	$\bigcirc\!\!\!\bigcirc$	$\not\supseteq$	$\not\supseteq$
$\mathscr{L}(COL_{wp})$	$\bigcirc\!\!\!\bigcirc$	$\bigcirc\!\!\!\bigcirc$	$\subset$	$\not\supseteq$
$\mathscr{L}(COL_{sp})$	$\bigcirc\!\!\!\bigcirc$	$\bigcirc\!\!\!\bigcirc$	$\not\supseteq$	$\not\supseteq$

Vztahy dokázané v práci

Tabulka 2 – Kolonie, kde $T = V$, a eko-kolonie

	$\mathscr{L}(0EC_{wp})$	$\mathscr{L}(0EC_{ap})$	$\mathscr{L}(EEC_{wp})$	$\mathscr{L}(EEC_{ap})$
$\mathscr{L}(COL_b^T)$	$\subset$	$\not\supseteq$	$\subset$	$\subset$
$\mathscr{L}(COL_t^T)$	$\not\supseteq$	$\not\supseteq$	$\not\supseteq$	$\not\supseteq$
$\mathscr{L}(COL_{wp}^T)$	$\subset$	$\not\supseteq$	$\subset$	$\not\supseteq$
$\mathscr{L}(COL_{sp}^T)$	$\not\supseteq$	$\not\supseteq$	$\not\supseteq$	$\not\supseteq$

Vztahy dokázané v práci

Tabulka 3 – L-systémy, eko-gramatické systémy a eko-kolonie

	$\mathscr{L}(0EC_{wp})$	$\mathscr{L}(0EC_{ap})$	$\mathscr{L}(EEC_{wp})$	$\mathscr{L}(EEC_{ap})$
$\mathscr{L}(0L)$	$\subset$			
$\mathscr{L}(E0L)$			$\subset$	
$\mathscr{L}(EG)$	$\not\subseteq$	$\supset$		
$\mathscr{L}(EG_s^\varepsilon)$		$\supset$		

Vztahy dokázané v práci

Tabulka 4 – Různé druhy eko-kolonií navzájem

	$\mathscr{L}(0EC_{wp})$	$\mathscr{L}(0EC_{ap})$	$\mathscr{L}(EEC_{wp})$	$\mathscr{L}(EEC_{ap})$
$\mathscr{L}(0EC_{wp})$	$=$	$\bigcirc\!\!\!\!\bigcirc$	$\subset$	
$\mathscr{L}(0EC_{ap})$	$\bigcirc\!\!\!\!\bigcirc$	$=$		$\subset$
$\mathscr{L}(EEC_{wp})$	$\supset$		$=$	
$\mathscr{L}(EEC_{ap})$		$\supset$		$=$

Lemma (3.1–3.6)

Nechť L je nekonečný jazyk generovaný kolonií $\mathcal{C}$ s některým z paralelních módů $x \in \{wp, sp\}$. Potom množina délek všech slov tohoto jazyka obsahuje nekonečné lineárně nezávislé podmnožiny:

$$\{a \cdot i + b \mid i \geq 0\} \subseteq \{|w| \mid w \in L\}$$

Důkaz.

Nechť $\mathcal{C}$ je kolonie s n komponentami, $\mathcal{C} = (V, T, \mathcal{R}, w_0)$. Označme

$$m = max \{|u| \mid u \in F,\ (S, F) \in \mathcal{R}\}.$$

Vybereme slovo $w \in L(\mathcal{C})\ :\ |w| \geq |w_0| \cdot m \cdot n \cdot 2^n$. Pro každé i a derivaci $w_0 \Rightarrow^* w_i \Rightarrow w_{i+1} \Rightarrow^* w$ je $|w_{i+1}| - |w_i| \leq m \cdot n$
Rozdělíme derivaci na subderivace:

$$w_0 \Rightarrow^* w_i \Rightarrow^* w_j \Rightarrow^* w$$

- $0 < i < j < 2^n$,
- tytéž komponenty pracují v obou derivačních krocích $w_i \Rightarrow w_{i+1}$, $w_j \Rightarrow w_{j+1}$

Důkaz.

Nechť $\mathcal{C}$ je kolonie s n komponentami, $\mathcal{C} = (V, T, \mathcal{R}, w_0)$. Označme

$$m = max\{|u| \mid u \in F,\ (S, F) \in \mathcal{R}\}.$$

Vybereme slovo $w \in L(\mathcal{C})\ :\ |w| \geq |w_0| \cdot m \cdot n \cdot 2^n$. Pro každé i a derivaci $w_0 \Rightarrow^* w_i \Rightarrow w_{i+1} \Rightarrow^* w$ je $|w_{i+1}| - |w_i| \leq m \cdot n$
Rozdělíme derivaci na subderivace:

$$w_0 \Rightarrow^* w_i \Rightarrow^* w_j \Rightarrow^* w$$

- $0 < i < j < 2^n$,
- tytéž komponenty pracují v obou derivačních krocích $w_i \Rightarrow w_{i+1}$, $w_j \Rightarrow w_{j+1}$

Důkaz.

Nechť $\mathcal{C}$ je kolonie s n komponentami, $\mathcal{C} = (V, T, \mathcal{R}, w_0)$. Označme

$$m = max\{|u| \mid u \in F,\ (S, F) \in \mathcal{R}\}.$$

Vybereme slovo $w \in L(\mathcal{C})\ :\ |w| \geq |w_0| \cdot m \cdot n \cdot 2^n$. Pro každé i a derivaci $w_0 \Rightarrow^* w_i \Rightarrow w_{i+1} \Rightarrow^* w$ je $|w_{i+1}| - |w_i| \leq m \cdot n$
Rozdělíme derivaci na subderivace:

$$w_0 \Rightarrow^* w_i \Rightarrow^* w_j \Rightarrow^* w$$

- $0 < i < j < 2^n$,
- tytéž komponenty pracují v obou derivačních krocích $w_i \Rightarrow w_{i+1}$, $w_j \Rightarrow w_{j+1}$

Důkaz.

$$w_0 \Rightarrow^* w_i \Rightarrow^* w_j \Rightarrow^* w$$

Označíme

- n_0 počet terminálů, které nejsou v žádném dalším kroku přepsány, vygenerovaných v subderivaci $w_0 \Rightarrow^* w_i$,
- n_i totéž pro subderivaci $w_i \Rightarrow^* w_j$,
- n_j totéž pro subderivaci $w_j \Rightarrow^* w$.

Důkaz.

$$w_0 \Rightarrow^* w_i \Rightarrow^* w_j \Rightarrow^* w$$

Označíme

- n_0 počet terminálů, které nejsou v žádném dalším kroku přepsány, vygenerovaných v subderivaci $w_0 \Rightarrow^* w_i$,
- n_i totéž pro subderivaci $w_i \Rightarrow^* w_j$,
- n_j totéž pro subderivaci $w_j \Rightarrow^* w$.

$$w_0 \quad \Rightarrow^* \quad w_i \quad \Rightarrow^* \quad w_j \quad \Rightarrow^* \quad w$$

Důkaz.

$$w_0 \Rightarrow^* w_i \Rightarrow^* w_j \Rightarrow^* w$$

Označíme

- n_0 počet terminálů, které nejsou v žádném dalším kroku přepsány, vygenerovaných v subderivaci $w_0 \Rightarrow^* w_i$,
- n_i totéž pro subderivaci $w_i \Rightarrow^* w_j$,
- n_j totéž pro subderivaci $w_j \Rightarrow^* w$.

$$w_0 \quad \Rightarrow^* \quad w_i \quad \Rightarrow^* \quad w_j \quad \Rightarrow^* \quad w$$

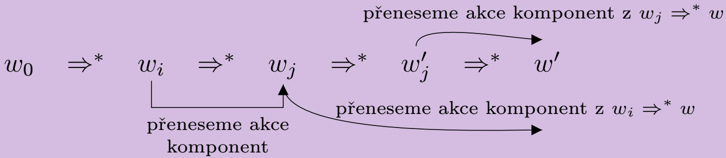
přeneseme akce
komponent

Důkaz.

$$w_0 \Rightarrow^* w_i \Rightarrow^* w_j \Rightarrow^* w$$

Označíme

- n_0 počet terminálů, které nejsou v žádném dalším kroku přepsány, vygenerovaných v subderivaci $w_0 \Rightarrow^* w_i$,
- n_i totéž pro subderivaci $w_i \Rightarrow^* w_j$,
- n_j totéž pro subderivaci $w_j \Rightarrow^* w$.



Důkaz.

$$w_0 \Rightarrow^* w_i \Rightarrow^* w_j \Rightarrow^* w'_j \Rightarrow^* w'$$

Označíme

- n_0 počet terminálů, které nejsou v žádném dalším kroku přepsány, vygenerovaných v subderivaci $w_0 \Rightarrow^* w_i$,
- n_i totéž pro subderivaci $w_i \Rightarrow^* w_j$,
- n_j totéž pro subderivaci $w_j \Rightarrow^* w$.

Provedeme z-krát, $z \geq 0 \quad \Longrightarrow \quad$ odvozené slovo w'_z má délku

$$\begin{aligned} |w| = |w'_1| &= n_0 + n_i + n_j \\ |w'| = |w'_2| &= n_0 + 2 \cdot n_i + n_j \\ |w'_z| &= n_0 + z \cdot n_i + n_j \end{aligned}$$

Theorem

$$\mathscr{L}(COL_{wp}) \subset \mathscr{L}(EEC_{wp}) \tag{1}$$

Důkaz.

Vztah $\mathscr{L}(COL_{wp}) \subseteq \mathscr{L}(EEC_{wp})$ je triviální.

Vlastní podmnožina:
$L = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\} \quad \in \quad \mathscr{L}(EEC_{wp}) - \mathscr{L}(COL_{wp})$

- $\in EEC_{wp}$: L je generován eko-kolonií $\Sigma = (E, A, b)$, $E = (\{a, b\}, \{a\}, \{a \to aa, b \to b\})$, $A = (b, \{a\})$
  $b \xrightarrow{wp} a \xrightarrow{wp} aa \xrightarrow{wp} aaaa \xrightarrow{wp} aaaaaaaa \xrightarrow{wp} \dots$
- $\notin COL_{wp}$: vyplývá z předchozích lemmat (neexistuje žádné slovo $w \in L$ tak, že $w_z' \in L$ pro všechna $z \geq 0$)

□

Theorem

$$\mathscr{L}(COL_{wp}) \subset \mathscr{L}(EEC_{wp}) \qquad (1)$$

Důkaz.

Vztah $\mathscr{L}(COL_{wp}) \subseteq \mathscr{L}(EEC_{wp})$ je triviální.

Vlastní podmnožina:
$L = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\} \quad \in \quad \mathscr{L}(EEC_{wp}) - \mathscr{L}(COL_{wp})$

- $\in EEC_{wp}$: L je generován eko-kolonií $\Sigma = (E, A, b)$, $E = (\{a, b\},\ \{a\},\ \{a \to aa,\ b \to b\})$, $A = (b,\ \{a\})$
$b \xrightarrow{wp} a \xrightarrow{wp} aa \xrightarrow{wp} aaaa \xrightarrow{wp} aaaaaaaa \xrightarrow{wp} \ldots$
- $\notin COL_{wp}$: vyplývá z předchozích lemmat (neexistuje žádné slovo $w \in L$ tak, že $w'_z \in L$ pro všechna $z \geq 0$)

$\square$

Theorem

$$\mathscr{L}(COL_{wp}) \subset \mathscr{L}(EEC_{wp}) \tag{1}$$

Důkaz.

Vztah $\mathscr{L}(COL_{wp}) \subseteq \mathscr{L}(EEC_{wp})$ je triviální.

Vlastní podmnožina:

$L = \left\{a^{2^n} \mid n \geq 0\right\} \quad \in \quad \mathscr{L}(EEC_{wp}) - \mathscr{L}(COL_{wp})$

- $\in EEC_{wp}$: L je generován eko-kolonií $\Sigma = (E, A, b)$, $E = (\{a, b\},\ \{a\},\ \{a \to aa,\ b \to b\})$, $A = (b,\ \{a\})$
  $b \overset{wp}{\Longrightarrow} a \overset{wp}{\Longrightarrow} aa \overset{wp}{\Longrightarrow} aaaa \overset{wp}{\Longrightarrow} aaaaaaaa \overset{wp}{\Longrightarrow} \dots$
- $\notin COL_{wp}$: vyplývá z předchozích lemmat (neexistuje žádné slovo $w \in L$ tak, že $w'_z \in L$ pro všechna $z \geq 0$)

$\square$

Theorem

$$\mathscr{L}(COL_{wp}) \subset \mathscr{L}(EEC_{wp}) \tag{1}$$

Důkaz.

Vztah $\mathscr{L}(COL_{wp}) \subseteq \mathscr{L}(EEC_{wp})$ je triviální.

Vlastní podmnožina:
$L = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\} \quad \in \quad \mathscr{L}(EEC_{wp}) - \mathscr{L}(COL_{wp})$

- $\in EEC_{wp}$: L je generován eko-kolonií $\Sigma = (E, A, b)$, $E = (\{a, b\},\ \{a\},\ \{a \to aa,\ b \to b\})$, $A = (b,\ \{a\})$
  $b \overset{wp}{\Longrightarrow} a \overset{wp}{\Longrightarrow} aa \overset{wp}{\Longrightarrow} aaaa \overset{wp}{\Longrightarrow} aaaaaaaa \overset{wp}{\Longrightarrow} \ldots$
- $\notin COL_{wp}$: vyplývá z předchozích lemmat (neexistuje žádné slovo $w \in L$ tak, že $w'_z \in L$ pro všechna $z \geq 0$)

$\square$

Theorem

$$\mathscr{L}(COL_{wp}) \subset \mathscr{L}(EEC_{wp}) \quad (1)$$

Důkaz.

Vztah $\mathscr{L}(COL_{wp}) \subseteq \mathscr{L}(EEC_{wp})$ je triviální.

Vlastní podmnožina:
$L = \{a^{2^n} \mid n \geq 0\} \quad \in \quad \mathscr{L}(EEC_{wp}) - \mathscr{L}(COL_{wp})$

- $\in EEC_{wp}$: L je generován eko-kolonií $\Sigma = (E, A, b)$,
  $E = (\{a, b\},\ \{a\},\ \{a \to aa,\ b \to b\})$, $A = (b,\ \{a\})$
  $b \overset{wp}{\Longrightarrow} a \overset{wp}{\Longrightarrow} aa \overset{wp}{\Longrightarrow} aaaa \overset{wp}{\Longrightarrow} aaaaaaaa \overset{wp}{\Longrightarrow} \dots$
- $\notin COL_{wp}$: vyplývá z předchozích lemmat (neexistuje žádné slovo $w \in L$ tak, že $w'_z \in L$ pro všechna $z \geq 0$)

$\square$

Theorem

$$\mathscr{L}(E0L) \subset \mathscr{L}(EEC_{wp}) \tag{2}$$

Důkaz

Relace $\mathscr{L}(E0L) \subseteq \mathscr{L}(EEC_{wp})$:
podle E0L-systému $G_E = (V, T, P, \omega_0)$ vytvoříme E0L eko-kolonii s wp módem odvození
$\Sigma_E = (E, A, a)$, kde $E = (V \cup \{a\}, T, P)$, $a \notin V$, agent $A = (a, \{\omega_0\})$.

Theorem

$$\mathscr{L}(E0L) \subset \mathscr{L}(EEC_{wp}) \tag{2}$$

Důkaz

Relace $\mathscr{L}(E0L) \subseteq \mathscr{L}(EEC_{wp})$:
podle E0L-systému $G_E = (V, T, P, \omega_0)$ vytvoříme E0L eko-kolonii s wp módem odvození
$\Sigma_E = (E, A, a)$, kde $E = (V \cup \{a\}, T, P)$, $a \notin V$, agent $A = (a, \{\omega_0\})$.

Důkaz.

Vlastní podmnožina:

$$L = \left\{ ww \;\middle|\; w \in \{a,b\}^* \right\} \quad \in \quad \mathscr{L}(EEC_{wp}) - \mathscr{L}(E0L)$$

(Sporem) nechť G_E je E0L-systém generující L. Pak lze sestrojit synchronizovaný E0L-systém G'_E takový, že $L(G'_E) = L(G_E)$.
Vybereme z L dvě slova $v_1 \cdot v_1$ a $v_2 \cdot v_2$:

- $v_1 \neq v_2$,
- $|v_1| = |v_2|$,
- jejich derivace v G'_E jsou stejně dlouhé.

$$\omega_0 \Rightarrow_E^* \omega_{i-1} \Rightarrow_E \begin{cases} \omega_i^{(1)} \Rightarrow_E^* \omega_n^{(1)} = v_1 \cdot v_1 \\ \omega_i^{(2)} \Rightarrow_E^* \omega_n^{(2)} = v_2 \cdot v_2 \end{cases}$$

$\square$

Důkaz.

Vlastní podmnožina:

$$L = \left\{ ww \,\middle|\, w \in \{a,b\}^* \right\} \quad \in \quad \mathscr{L}(EEC_{wp}) - \mathscr{L}(E0L)$$

(Sporem) nechť G_E je E0L-systém generující L. Pak lze sestrojit synchronizovaný E0L-systém G'_E takový, že $L(G'_E) = L(G_E)$.

Vybereme z L dvě slova $v_1 \cdot v_1$ a $v_2 \cdot v_2$:

- $v_1 \neq v_2$,
- $|v_1| = |v_2|$,
- jejich derivace v G'_E jsou stejně dlouhé.

$$\omega_0 \Rightarrow_E^* \omega_{i-1} \Rightarrow_E \begin{cases} \omega_i^{(1)} \Rightarrow_E^* \omega_n^{(1)} = v_1 \cdot v_1 \\ \omega_i^{(2)} \Rightarrow_E^* \omega_n^{(2)} = v_2 \cdot v_2 \end{cases}$$

$\square$

Důkaz.

Vlastní podmnožina:

$$L = \{ww \mid w \in \{a,b\}^*\} \quad \in \quad \mathscr{L}(EEC_{wp}) - \mathscr{L}(E0L)$$

(Sporem) nechť G_E je E0L-systém generující L. Pak lze sestrojit synchronizovaný E0L-systém G'_E takový, že $L(G'_E) = L(G_E)$. Vybereme z L dvě slova $v_1 \cdot v_1$ a $v_2 \cdot v_2$:

- $v_1 \neq v_2$,
- $|v_1| = |v_2|$,
- jejich derivace v G'_E jsou stejně dlouhé.

$$\omega_0 \Rightarrow_E^* \omega_{i-1} \Rightarrow_E \begin{cases} \omega_i^{(1)} \Rightarrow_E^* \omega_n^{(1)} = v_1 \cdot v_1 \\ \omega_i^{(2)} \Rightarrow_E^* \omega_n^{(2)} = v_2 \cdot v_2 \end{cases}$$

□

Důkaz.

Vlastní podmnožina:

$L = \{ww \mid w \in \{a,b\}^*\} \quad \in \quad \mathscr{L}(EEC_{wp}) - \mathscr{L}(E0L)$

(Sporem) nechť G_E je E0L-systém generující L. Pak lze sestrojit synchronizovaný E0L-systém G'_E takový, že $L(G'_E) = L(G_E)$. Vybereme z L dvě slova $v_1 \cdot v_1$ a $v_2 \cdot v_2$:

- $v_1 \neq v_2$,
- $|v_1| = |v_2|$,
- jejich derivace v G'_E jsou stejně dlouhé.

$$\omega_0 \Rightarrow_E^* \omega_{i-1} \Rightarrow_E \begin{cases} \omega_i^{(1)} \Rightarrow_E^* \omega_n^{(1)} = v_1 \cdot v_1 \\ \omega_i^{(2)} \Rightarrow_E^* \omega_n^{(2)} = v_2 \cdot v_2 \end{cases}$$

□

$$
\begin{aligned}
\omega_0 &= \alpha_0 \cdot \beta_0 \\
\omega_{i-1} &= \alpha_{i-1} \cdot \beta_{i-1} \\
\omega_i^{(1)} &= \alpha_i^{(1)} \cdot \beta_i^{(1)} \\
\omega_{n-1}^{(1)} &= \alpha_{n-1}^{(1)} \cdot \beta_{n-1}^{(1)} \\
\omega_n^{(1)} &= \alpha_n^{(1)} \cdot \beta_n^{(1)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{tikzcd}
 & \alpha_0 \arrow[d, dash] & \beta_0 \arrow[d, dash] & \\
 & \vdots \arrow[d] & \vdots \arrow[d] & \\
 & \alpha_{i-1} \arrow[dl] & \beta_{i-1} \arrow[dr] & \\
\alpha_i^{(1)} \arrow[d, dash] & & & \beta_i^{(1)} \arrow[d, dash] \\
\vdots \arrow[d] & & & \vdots \arrow[d] \\
\alpha_{n-1}^{(1)} \arrow[d] & & & \beta_{n-1}^{(1)} \arrow[d] \\
\alpha_n^{(1)} = v_1 & & & \beta_n^{(1)} = v_1
\end{tikzcd}
$$

$v_1 \cdot v_2 \notin L$

$$\omega_0 = \alpha_0 \cdot \beta_0$$

$$\omega_{i-1} = \alpha_{i-1} \cdot \beta_{i-1}$$

$$\omega_i^{(2)} = \alpha_i^{(2)} \cdot \beta_i^{(2)}$$

$$\omega_{n-1}^{(2)} = \alpha_{n-1}^{(2)} \cdot \beta_{n-1}^{(2)}$$

$$\omega_n^{(2)} = \alpha_n^{(2)} \cdot \beta_n^{(2)}$$

$$\begin{tikzcd}
 & \alpha_0 \arrow[d, dash] & \beta_0 \arrow[d, dash] & \\
 & \vdots \arrow[d] & \vdots \arrow[d] & \\
 & \alpha_{i-1} \arrow[dl] & \beta_{i-1} \arrow[dr] & \\
\alpha_i^{(2)} \arrow[d, dash] & & & \beta_i^{(2)} \arrow[d, dash] \\
\vdots \arrow[d] & & & \vdots \arrow[d] \\
\alpha_{n-1}^{(2)} \arrow[d] & & & \beta_{n-1}^{(2)} \arrow[d] \\
\alpha_n^{(2)} = v_2 & & & \beta_n^{(2)} = v_2
\end{tikzcd}$$

$$v_1 \cdot v_2 \notin L$$

$$\omega_0 = \alpha_0 \cdot \beta_0$$

$$\omega_{i-1} = \alpha_{i-1} \cdot \beta_{i-1}$$

$$\omega_i^{(2)} = \alpha_i^{(2)} \cdot \beta_i^{(2)}$$

$$\omega_{n-1}^{(2)} = \alpha_{n-1}^{(2)} \cdot \beta_{n-1}^{(2)}$$

$$\omega_n^{(2)} = \alpha_n^{(2)} \cdot \beta_n^{(2)}$$

$$\begin{tikzcd}
 & \alpha_0 \arrow[d, dash] & \beta_0 \arrow[d, dash] & \\
 & \vdots \arrow[d] & \vdots \arrow[d] & \\
 & \alpha_{i-1} \arrow[dl] & {\color{red}\beta_{i-1}} \arrow[dr, red] & \\
\alpha_i^{(2)} \arrow[d, dash] & & & {\color{red}\beta_i^{(2)}} \arrow[d, dash, red] \\
\vdots \arrow[d] & & & {\color{red}\vdots} \arrow[d, red] \\
\alpha_{n-1}^{(2)} \arrow[d] & & & {\color{red}\beta_{n-1}^{(2)}} \arrow[d, red] \\
\alpha_n^{(2)} = v_2 & & & {\color{red}\beta_n^{(2)} = v_2}
\end{tikzcd}$$

$$v_1 \cdot v_2 \notin L$$

$$\omega_0 = \alpha_0 \cdot \beta_0$$

$$\omega_{i-1} = \alpha_{i-1} \cdot \beta_{i-1}$$

$$\omega'_i = \alpha_i^{(1)} \cdot \beta_i^{(2)}$$

$$\omega'_{n-1} = \alpha_{n-1}^{(1)} \cdot \beta_{n-1}^{(2)}$$

$$\omega'_n = \alpha_n^{(1)} \cdot \beta_n^{(2)}$$

$$\begin{tikzcd}
 & \alpha_0 \arrow[d, dash] & \beta_0 \arrow[d, dash] & \\
 & \vdots \arrow[d] & \vdots \arrow[d] & \\
 & \alpha_{i-1} \arrow[dl] & \beta_{i-1} \arrow[dr] & \\
\alpha_i^{(1)} \arrow[d, dash] & & & \beta_i^{(2)} \arrow[d, dash] \\
\vdots \arrow[d] & & & \vdots \arrow[d] \\
\alpha_{n-1}^{(1)} \arrow[d] & & & \beta_{n-1}^{(2)} \arrow[d] \\
\alpha_n^{(1)} = v_1 & & & \beta_n^{(2)} = v_2
\end{tikzcd}$$

$$v_1 \cdot v_2 \notin L$$

Závěr

Vlastní podmnožiny:

$$
\begin{tikzcd}
 & & & & & \mathscr{L}(EG) \\
 & & \mathscr{L}(EEC_{wp}) & & \mathscr{L}(EEC_{ap}) & \mathscr{L}(EG_s^{\varepsilon}) \arrow[u] \\
\mathscr{L}(E0L) \arrow[urr, bend left] & \mathscr{L}(COL_{wp}) \arrow[ur] & \mathscr{L}(0EC_{wp}) \arrow[u] & \mathscr{L}(COL_b) \arrow[ul] \arrow[ur] & \mathscr{L}(0EC_{ap}) \arrow[u] \arrow[ur] & \\
 & \mathscr{L}(COL_{wp}^T) \arrow[u] \arrow[ur] & \mathscr{L}(0L) \arrow[u] \arrow[ull, bend left] & \mathscr{L}(COL_b^T) \arrow[u] \arrow[ul] & &
\end{tikzcd}
$$

Děkuji za pozornost.