

1. V Gentzenovském systému predikátové logiky proveďte důkaz následující věty. Důkaz musí být řádkový s označením kroků, jako pomůcku můžete použít také sémantické a duální tablo.

$$(P \vee \exists x Q(x)) \rightarrow \exists x(P \vee Q(x))$$

V sémantickém tablu je nutné nejdřív použít δ -pravidlo, pak teprve γ -pravidla (tj. řešit nejdřív existenční a pak obecné kvantifikátory). Častá chyba je také provádění pravidel uvnitř formulí (např. v sémantickém tablu provedení γ -pravidla na formuli $P \vee \exists x Q(x)$).

Řádkový důkaz:

1. $\neg P, \exists x(P \vee Q(x)), P, Q(a)$	A
2. $\neg P, \exists x(P \vee Q(x)), P \vee Q(a)$	$\alpha 1$
3. $\neg P, \exists x(P \vee Q(x))$	$\gamma 2$
4. $\neg Q(b), \exists x(P \vee Q(x)), P, Q(b)$	A
5. $\neg Q(b), \exists x(P \vee Q(x)), P \vee Q(b)$	$\alpha 4$
6. $\neg Q(b), \exists x(P \vee Q(x))$	$\gamma 5$
7. $\neg \exists x Q(x), \exists x(P \vee Q(x))$	$\delta 6$
8. $\neg(P \vee \exists x Q(x)), \exists x(P \vee Q(x))$	$\beta 3, 6$
9. $(P \vee \exists x Q(x)) \rightarrow \exists x(P \vee Q(x))$	$\alpha 8$

2. Přepište do češtiny tyto klauzule klauzulární logiky:

Připouštěly se všechny interpretace, které odpovídaly zadané klauzuli.

- $\text{leží}(\text{senegal}, \text{evropa}) \rightarrow$
Senegal neleží v Evropě.
- $\text{miminko}(X), \text{roste}(X, \text{zoubek}) \rightarrow \text{spinká}(X), \text{pláče}(X)$
Miminko, kterému roste zoubek a nespinká, pláče. *nebo*
Když miminku roste zoubek, pak spinká nebo pláče. *atd.*
- $\text{kouše}(@c), \text{je_kde}(@c, \text{tady}), \text{je_kde}(X, \text{tady})$
 $\rightarrow \text{utíká}(X), \text{brání_se}(X), \text{kouše}(X)$
Když tady někdo kouše, tak každý, kdo je tady, utíká, brání se nebo taky kouše. (kousající v konsekventu může být klidně jen ten tvor, který kouše v antecedentu)
- $\text{růže}(X, \text{modrá}) \rightarrow$
Žádná růže není modrá. *nebo* Neexistuje modrá růže.

3. Přepište do klauzulí klauzulární logiky tak, aby v každé klauzuli byla alespoň jedna proměnná nebo existenční konstanta (poslední větu vyjádřete klauzulí s jediným atomem):

- Každý pes má zuby a drápy.
 $\text{pes}(X) \rightarrow \text{má}(X, \text{zuby})$
 $\text{pes}(X) \rightarrow \text{má}(X, \text{drápy})$

- Když to má dvě kola, tak je to buď motorka a nebo to není motorové vozidlo.
 $\text{má_kol}(X, 2), \text{motorové_vozidlo}(X) \rightarrow \text{motorka}(X)$
- Někdo nemá rád špenát.
 $\text{má_rád}(@c, \text{špenát}) \rightarrow$

4. Vyjádřete v klauzulích klauzulární logiky znalostní bázi a odvoďte podle ní odpověď na dotaz „Jede Honza lodí?“ **nepřímým důkazem**. Při sestavování báze použijte predikát, který vyjadřuje, že někdo jede určitým dopravním prostředkem, a další predikát pro určení, kdo kam cestuje. Definici všech použitých predikátů také napište.

Znalostní báze:

- Když země leží za mořem, každý, kdo do ní cestuje, jede lodí nebo letadlem.
- Německo neleží za mořem, ale Anglie ano.
- Honza cestuje do Anglie.
- Honza nejezdí letadlem.

1. $\text{leží}(X, \text{za_mořem}), \text{cestuje}(Y, X) \rightarrow \text{jede}(Y, \text{loď}), \text{jede}(Y, \text{letadlo})$ věta 1
2. $\text{leží}(\text{německo}, \text{za_mořem}) \rightarrow$ věta 2
3. $\rightarrow \text{leží}(\text{anglie}, \text{za_mořem})$ věta 2
4. $\rightarrow \text{cestuje}(\text{honza}, \text{anglie})$ věta 3
5. $\text{jede}(\text{honza}, \text{letadlo}) \rightarrow$ věta 4
6. $\text{jede}(\text{honza}, \text{loď}) \rightarrow$ negace závěru (popírající množina)
7. $\text{leží}(\text{anglie}, \text{za_mořem}), \text{cestuje}(\text{honza}, \text{anglie})$
 $\rightarrow \text{jede}(\text{honza}, \text{loď}), \text{jede}(\text{honza}, \text{letadlo})$ subst 1 {anglie/X, honza/Y}
8. $\text{cestuje}(\text{honza}, \text{anglie}) \rightarrow \text{jede}(\text{honza}, \text{loď}), \text{jede}(\text{honza}, \text{letadlo})$ R(3,7)
9. $\rightarrow \text{jede}(\text{honza}, \text{loď}), \text{jede}(\text{honza}, \text{letadlo})$ R(4,8)
10. $\rightarrow \text{jede}(\text{honza}, \text{letadlo})$ R(5,9)
11. \rightarrow R(6,10)