

1. Dokažte v **Systému přirozené dedukce**:

- pravidlo kontrapozice $\boxed{\neg A \rightarrow \neg B \vdash B \rightarrow A}$ (sporem)
- větu $\boxed{\forall x \neg A(x) \rightarrow \neg \exists x A(x)}$ (sporem)

2. Dokažte v **Hilbertovském axiomatickém systému**:

- větu $\boxed{\neg \neg A \vdash A}$
- větu $\boxed{A \rightarrow \forall x B(x) \vdash \forall x (A \rightarrow B(x))}$

3. **Okomentujte** důkazové kroky:

- (1) $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow Q$
- (2) $\vdash Q \rightarrow (\forall x P \rightarrow Q)$
- (3) $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow (\forall x P \rightarrow Q)$
- (4) $P \rightarrow Q, P \vdash \forall x P \rightarrow Q$
- (5) $P \rightarrow Q, P \vdash \forall x P \rightarrow \forall y Q$
- (6) $P \rightarrow Q \vdash P \rightarrow (\forall x P \rightarrow \forall y Q)$
- (7) $\vdash (P \rightarrow (\forall x P \rightarrow \forall y Q)) \rightarrow ((P \rightarrow \forall x P) \rightarrow (P \rightarrow \forall y Q))$
- (8) $P \rightarrow Q \vdash (P \rightarrow \forall x P) \rightarrow (P \rightarrow \forall y Q)$

1. Dokažte v **Systému přirozené dedukce**:

- pravidlo transpozice $\boxed{B \rightarrow A \vdash \neg A \rightarrow \neg B}$ (sporem)
- větu $\boxed{\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\exists xA(x) \rightarrow \exists xB(x))}$ (použijte eliminaci kvantifikátorů)

2. Dokažte v **Hilbertovském axiomatickém systému**:

- větu $\boxed{\vdash \neg A \rightarrow (A \rightarrow B)}$
- větu $\boxed{A \rightarrow B \vdash \forall xA \rightarrow \forall xB}$

3. **Okomentujte** důkazové kroky:

- (1) $\vdash A \rightarrow (\forall xB \rightarrow A)$
- (2) $A \rightarrow \forall xP \vdash A \rightarrow \forall xP$
- (3) $A \vdash \forall xB \rightarrow A$
- (4) $A \rightarrow \forall xP, A \vdash \forall xB \rightarrow \forall xP$
- (5) $\vdash (\neg\neg\forall xB \rightarrow \neg\neg\forall xP) \rightarrow (\neg\forall xP \rightarrow \neg\forall xB)$
- (6) $\vdash (\forall xB \rightarrow \forall xP) \rightarrow (\neg\forall xP \rightarrow \neg\forall xB)$
- (7) $A \rightarrow \forall xP, A \vdash \neg\forall xP \rightarrow \neg\forall xB$
- (8) $A \rightarrow \forall xP, A \vdash \forall y(\neg\forall xP \rightarrow \neg\forall xB)$