

Logika a logické programování

témata ke zkoušce

Poslední aktualizace: 16. prosince 2009

Zkouška je písemná, skládá se obvykle ze sedmi otázek (může být více nebo méně, podle náročnosti otázek), z toho jsou obvykle dva příklady. Nejméně jeden z těchto příkladů je z posledních oblastí zde uvedených (tj. Klauzulární logika, KAS, Logické programování).

Hlavním zdrojem informací ke zkoušce jsou skripta na stránce vyučujícího <http://fpf.slu.cz/~vav10ui/log2.html> včetně příkladů v příloze.

Definice, věty a důkazy mohou být i vlastními slovy (nemusíte se je učit z paměti), ale musejí obsahovat všechny potřebné náležitosti.

1. Základní znalosti:

- (a) K zadané formuli výrokové logiky sestrojte ekvivalentní formuli v konjunktivní normální formě.
- (b) V predikátové logice definujte pojmy *struktura*, *denotace*, *valuace individuové proměnné*, *valuace termu*, *interpretace formule*. Ukažte všechny tyto pojmy na jednoduchém příkladu.
- (c) V predikátové logice definujte pojmy *formule splnitelné ve struktuře*, *platné ve struktuře*, *logicky platné*. Napište DeMorganovy zákony pro kvantifikátory.
- (d) Jaký je rozdíl mezi sémantickými a syntaktickými metodami dokazování? Ke každému typu důkazů napište dva zástupce. Definujte pojmy *deduktivní úsudek*, *odvozovací pravidlo* a *důkaz*. Z jakého vztahu vychází princip nepřímého důkazu a důkazu sporem?

2. Formální systémy:

- (a) Jaký je rozdíl mezi přímým a nepřímým důkazem?
- (b) Jaký je postup vytváření logických systémů? Definujte pojmy *formální systém*, *logický systém*, *teorie*. Soustředte se na jejich odlišnosti a případné následnosti při jejich vytváření.

- (c) Co to jsou axiomy (logické, speciální), odvozovací pravidla? Napište příklad (jakéhokoliv) logického a (jakéhokoliv) speciálního axiomu.
- (d) Axiomatické a předpokladové formální systémy – jaký je mezi nimi rozdíl, čím jsou určeny?
- (e) Definujte vlastnosti formálních důkazových metod – sémantická korektnost a úplnost, bezespornost, minimálnost. Jaký je vztah mezi bezesporností a korektností?
- (f) Napište důkaz korektnosti sémantického tabla.
- (g) Napište důkaz úplnosti sémantického tabla.

3. Systém přirozené dedukce:

- (a) Definujte Systému přirozené dedukce výrokové logiky (jazyk, dedukční pravidla).
- (b) Napište větu o substituci včetně postupu důkazu.
- (c) Napište rozšířenou větu o substituci včetně postupu důkazu. Jaký je význam této věty – k čemu je nám užitečná?
- (d) Definujte přímý důkaz formule z předpokladů.
- (e) Napište větu o dedukci a její důkaz.
- (f) Definujte nepřímý důkaz formule z předpokladů.
- (g) Jak postupujeme v důkazu s přímou a nepřímou hypotézou? Vysvětlete pojmy přímá a nepřímá hypotéza. Napište větu o přímé hypotéze a její důkaz.
- (h) Co je to větvený důkaz z hypotéz – přímý a nepřímý? Napište větu o přímém větveném důkazu včetně jejího důkazu.
- (i) Naznačte postup důkazu korektnosti Systému přirozené dedukce výrokové logiky (postup musí být celý, ale pokud se dílčí kroky opakují, například pro ded. pravidla, lze uvést jen dva či tři z nich a u ostatních poznamenat, že postup je zde podobný).
- (j) Napište lemma o neutrální formuli včetně důkazu.
- (k) Napište lemma o sémantice a dokazatelnosti včetně naznačení důkazu.
- (l) Naznačte postup důkazu úplnosti Systému přirozené dedukce výrokové logiky.
- (m) Dokažte bezespornost Systému přirozené dedukce výrokové logiky.
- (n) Definujte Systém přirozené dedukce predikátové logiky (jazyk, dedukční pravidla včetně potřebných omezení).
- (o) Naznačte postup důkazu korektnosti Systému přirozené dedukce predikátové logiky (postup musí být celý, ale pokud se dílčí kroky opakují, například pro ded. pravidla, lze uvést jen jeden z nich – navíc oproti výrokové logice, přímým důkazem logickou úvahou – a u ostatních poznamenat, že postup je zde podobný).

- (p) Součástí písemky může být kterýkoliv příklad z těch, které jsou ve skriptech uvedeny u Systému přirozené dedukce.

4. Klauzulární logika:

- (a) Definujte klauzule a Hornovy klauzule včetně přepisu na implikaci.
- (b) Definujte term, bazový term, atom, bazový atom, klauzuli pro klauzulární logiku.
- (c) Univerzální a existenční tvrzení – kdy používáme proměnnou, kdy existenční konstantu a kdy existenční funktor – vztah při přepisu z predikátové logiky, uveďte také příklady.
- (d) Sémantika jazyka klauzulární logiky – definujte strukturu, aplikovatelnou strukturu, denotační zobrazení, valuaci proměnné a termu.
- (e) Sémantika jazyka klauzulární logiky – definujte interpretaci atomu (včetně predikátu s existenčními parametry) a interpretaci klauzule, definujte klauzuli nepravdivou a pravdivou ve struktuře, platnou a neplatnou ve struktuře, logicky platnou (logický zákon).
- (f) Co to znamená, když je v klauzuli klauzulární logiky prázdná množina v antecedentu nebo konsekventu? Co když jsou prázdné obě? Jak se řeší konjunkce a disjunkce atomů v antecedentu a konsekventu – z jakých vztahů (z výrokové logiky) vychází postup?
- (g) Jak se provádí negace atomů (bazových i těch, které nejsou bazové)? Jak provádíme negaci celé klauzule, co je to popírající množina klauzule? Ukažte také na jednoduchém příkladu (s různě kvantifikovanými proměnnými).
- (h) Jaká jsou omezení pro použití predikátu rovnosti? (zdůvodněte, ukažte na příkladu)
- (i) Definujte substituci termů za proměnné. Definujte existenční substituci. Obojí ukažte na příkladu.
- (j) Odvoďte rezoluční odvozovací pravidlo klauzulární logiky z rezolučního pravidla predikátové logiky.
- (k) Definujte pojmy *unifikace*, *unifikátor*, *obecnější* a *nejobecnější* *unifikátor*, *množinu neshod* (i k čemu slouží).
- (l) Napište algoritmus nalezení nejobecnějšího unifikátoru.
- (m) Definujte znalostní bázi klauzulární logiky a popište způsob jejího vytvoření (včetně reprezentace struktury pro interpretaci).
- (n) Definujte strukturu aplikovatelnou na znalostní bázi, model znalostní báze, napište, kdy je klauzule logickým důsledkem znalostní báze.
- (o) Možné příklady:
 - přepis věty přirozeného jazyka na klauzuli klauzulární logiky a naopak (včetně existenčních tvrzení, řešení negace atomu a konjunkce a disjunkce atomů),

- negace klauzule,
- vytvoření znalostní báze,
- provedení substituce,
- odvozování ze znalostní báze (případně souhrnný příklad – sestavte bázi a odvodte z ní ...)

5. Klauzulární axiomatický systém:

- definujte Klauzulární axiomatický systém (jazyk, logické axiomy, speciální axiomy, odvozovací pravidla).
- Vypište pomocná odvozovací pravidla Klauzulárního axiomatického systému.
- Definujte přímý důkaz klauzule ze znalostní báze a nepřímý důkaz klauzule ze znalostní báze.
- Naznačte důkaz korektnosti Klauzulárního axiomatického systému (musí být všechny části důkazu, i když ty, které lze převést na predikátovou logiku, mohou být jen naznačeny).
- Možné příklady: vytvoření znalostní báze podle zadaných vět a odvození daného závěru (lépe nepřímým důkazem, je vhodné použít lineární metodu).

6. Logické programování:

- Co je to Prolog, jaký je to typ jazyka? Napište alespoň jednu implementaci Prologu. Co je to program v Prologu (fakty, pravidla, tělo a hlava klauzule), jak v Prologu pracujeme (program a dotazy, jak s čím zacházíme), jak probíhá přepis klauzulí klauzulární logiky do Prologu?
- Co je to interní databáze Prologu, konzultování a rekonzultování programu a jak se provádí (menu i příkazy)? Jak lze vypsát seznam všech klauzulí v databázi, které mají v hlavě určitý konkrétní predikát?
- Co je to anonymní proměnná, kdy ji používáme, jaký má význam v programu a jaký v dotazu? Napište příklad. Pokud chceme anonymní proměnnou unifikovat na více místech klauzule, jak to provedeme?
- Jak se provádí negace atomu? Co se děje s proměnnými, jaké problémy mohou s negací nastat a jak je řešíme? Uveďte příklad správného a nesprávného řešení (takového, které může způsobit chybné vyhodnocení klauzule).
- Jaké jsou dva způsoby reprezentace disjunkce atomů v Prologu? Aritmetické a relační operátory v Prologu – používají se jako termy nebo atomy?
- Jak lze či nelze použít predikát rovnosti? Co to znamená, že relační operátor provádí/neprovádí unifikaci (přiřazení) a že je/není provedena interpretace argumentů?
- Co se v Prologu děje při vyhodnocení $x = 25, x \text{ is } 1 + 1 \text{ a } 2 ::= 1+1?$ (výrazy mohou být na písemce jiné)

- (h) Do klauzule $\text{polovina}(X, Y) :- Y \text{ is } X / 2$. přidejte ověření, že X je reálné číslo.
(*může být trochu jiná klauzule, doplňujeme třeba také ověření, že jde o celé číslo apod.*)
- (i) Definujte *rezoluční uzávěr množiny klauzulí* (celá definice, včetně zobrazení \mathcal{R}).
- (j) Napište větu o Robinsonově rezolučním principu a naznačte její důkaz.
- (k) Co znamená v logickém programování generování do šířky, generování do hloubky, lineární metoda?
- (l) Definujte lineární výpočetní strom klauzule, popište prohledávání stromu do hloubky a do šířky. Jak se lze vyhnout zacyklení výpočtu při jednom z těchto typů prohledávání?
- (m) Napište, jak je rezoluce použita v Prologu, co je to *cílová klauzule* a *cíl*, jak jsou používány *unifikace*, k čemu při výpočtu slouží *zásobník* (co se do něho ukládá a kdy, kdy se data vyjímají), co je to *navracení* (backtracking).
- (n) Vysvětlete, jak Prolog zachází s dotazy (v jakém tvaru – pozitivním či negativním – jsou dotazy podávány, jak je Prolog chápe/zpracovává).
- (o) Naznačte algoritmus výpočtu klauzule (dotazu) v Prologu pro případ, že v klauzuli nejsou žádné proměnné.
- (p) Popište možnosti řízení výpočtu v Prologu – predikáty `call`, `fail` a predikát řezu – význam jednotlivých predikátů, možnosti využití (lze ukázat i na příkladech). Jak je definován predikát `not`?
- (q) Možné příklady:
- přepis věty nebo klauzule klauzulární logiky do Prologu (včetně anonymních proměnných, negací apod.),
 - vytvoření programu z vět přirozeného jazyka nebo podle znalostní báze klauzulární logiky (je třeba dodržet vhodné pořadí klauzulí a atomů v klauzulích, aby nedocházelo k zacyklení výpočtu),
 - přepis věty na dotaz.