Klauzulární logika

Sémantika

Šárka Vavrečková

Ústav informatiky, Filozoficko-přírodovědecká fakulta Slezské univerzity v Opavě

sarka.vavreckova@fpf.slu.cz

24. října 2008

Termy

Definice (Term)

(rekurzivní definice) Term je

1. *individuová konstanta, individuová proměnná, existenční konstanta,*
2. *funktor nebo existenční funktor, jehož argumenty jsou termy,*
3. *nic jiného není term.*

Definice (Bázový term)

1. *individuová konstanta,*
2. *funktor, jehož argumenty jsou bázové termy,*
3. *nic jiného není bázový term.*

Termy

Definice (Term)

(rekurzivní definice) Term je

1. *individuová konstanta, individuová proměnná, existenční konstanta,*
2. *funktor nebo existenční funktor, jehož argumenty jsou termy,*
3. *nic jiného není term.*

Definice (Bázový term)

1. *individuová konstanta,*
2. *funktor, jehož argumenty jsou bázové termy,*
3. *nic jiného není bázový term.*

Atomy

Definice (Atom)

Atom je predikát s argumenty, tyto argumenty jsou termy.

Definice (Bázový atom)

je atom, jehož argumenty jsou bázové termy.

Atomy

Definice (Atom)

Atom je predikát s argumenty, tyto argumenty jsou termy.

Definice (Bázový atom)

je atom, jehož argumenty jsou bázové termy.

Struktura

Definice (Struktura)

určuje svět, ve kterém se pohybujeme (yhodnocujeme klauzule):

$$\mathcal{S} = (W, \mathcal{F}, \mathcal{R})$$

- W *je univerzum diskurzu, množina „objektů", se kterými dokážeme pracovat v daném světě,*
- $\mathcal{F} = \{F_1, F_2, \dots, F_u\}$ *je množina funkcí, které pro interpretaci přiřazujeme funktorům a existenčním funktorům,*
- $\mathcal{R} = \{R_1, R_2, \dots, R_v\}$ *je množina relací, které pro interpretaci přiřazujeme predikátům.*

Struktura je aplikovatelná na množinu klauzulí, jestliže všechny prvky, které se vyskytují v této množině klauzulí, lze interpretovat některým z prvků struktury.

Struktura

Definice (Struktura)

určuje svět, ve kterém se pohybujeme (yhodnocujeme klauzule):

$$\mathcal{S} = (W, \mathcal{F}, \mathcal{R})$$

- *W je univerzum diskurzu, množina „objektů“, se kterými dokážeme pracovat v daném světě,*
- *$\mathcal{F} = \{F_1, F_2, \ldots, F_u\}$ je množina funkcí, které pro interpretaci přiřazujeme funktorům a existenčním funktorům,*
- *$\mathcal{R} = \{R_1, R_2, \ldots, R_v\}$ je množina relací, které pro interpretaci přiřazujeme predikátům.*

Struktura je aplikovatelná na množinu klauzulí, jestliže všechny prvky, které se vyskytují v této množině klauzulí, lze interpretovat některým z prvků struktury.

Struktura

Definice (Struktura)

určuje svět, ve kterém se pohybujeme (yhodnocujeme klauzule):

$$\mathcal{S} = (W, \mathcal{F}, \mathcal{R})$$

- W *je univerzum diskurzu, množina „objektů", se kterými dokážeme pracovat v daném světě,*
- $\mathcal{F} = \{F_1, F_2, \ldots, F_u\}$ *je množina funkcí, které pro interpretaci přiřazujeme funktorům a existenčním funktorům,*
- $\mathcal{R} = \{R_1, R_2, \ldots, R_v\}$ *je množina relací, které pro interpretaci přiřazujeme predikátům.*

Struktura je aplikovatelná na množinu klauzulí, jestliže všechny prvky, které se vyskytují v této množině klauzulí, lze interpretovat některým z prvků struktury.

Struktura

Definice (Struktura)

určuje svět, ve kterém se pohybujeme (yhodnocujeme klauzule):

$$\mathcal{S} = (W, \mathcal{F}, \mathcal{R})$$

- W *je univerzum diskurzu, množina „objektů“, se kterými dokážeme pracovat v daném světě,*
- $\mathcal{F} = \{F_1, F_2, \ldots, F_u\}$ *je množina funkcí, které pro interpretaci přiřazujeme funktorům a existenčním funktorům,*
- $\mathcal{R} = \{R_1, R_2, \ldots, R_v\}$ *je množina relací, které pro interpretaci přiřazujeme predikátům.*

Struktura je aplikovatelná na množinu klauzulí, jestliže všechny prvky, které se vyskytují v této množině klauzulí, lze interpretovat některým z prvků struktury.

Struktura

Definice (Struktura)

určuje svět, ve kterém se pohybujeme (yhodnocujeme klauzule):

$$\mathcal{S} = (W, \mathcal{F}, \mathcal{R})$$

- W *je univerzum diskurzu, množina „objektů", se kterými dokážeme pracovat v daném světě,*
- $\mathcal{F} = \{F_1, F_2, \dots, F_u\}$ *je množina funkcí, které pro interpretaci přiřazujeme funktorům a existenčním funktorům,*
- $\mathcal{R} = \{R_1, R_2, \dots, R_v\}$ *je množina relací, které pro interpretaci přiřazujeme predikátům.*

Struktura je aplikovatelná na množinu klauzulí, jestliže všechny prvky, které se vyskytují v této množině klauzulí, lze interpretovat některým z prvků struktury.

Denotace

$\mathcal{F}_n$ ... množina všech n-árních funkcí, $\mathcal{F}_n \subseteq \mathcal{F}$.

Definice (Denotační zobrazení)

je definováno následovně:

- *individuové konstanty:* $D(c) = c \in W$,
- *existenční konstanty:* $D(@c) = W$,
- *funktory:* $D(f_k) = F_k \in \mathcal{F},\ 1 \leq k \leq u$,
- *existenční funktory:* $D(@f/n) = \mathcal{F}_n$,
- *predikáty:* $D(p_k) = R_k \in \mathcal{R}$,
- *logické konstanty:* $D(true) = 1\ (TRUE),\quad D(false) = 0\ (FALSE)$

Denotace

$\mathcal{F}_n$ ... množina všech n-árních funkcí, $\mathcal{F}_n \subseteq \mathcal{F}$.

Definice (Denotační zobrazení)

je definováno následovně:

- *individuové konstanty:* $D(c) = c \in W$,
- *existenční konstanty:* $D(@c) = W$,
- *funktory:* $D(f_k) = F_k \in \mathcal{F}$, $1 \leq k \leq u$,
- *existenční funktory:* $D(@f/n) = \mathcal{F}_n$,
- *predikáty:* $D(p_k) = R_k \in \mathcal{R}$,
- *logické konstanty:* $D(true) = 1\ (TRUE)$, $\quad D(false) = 0\ (FALSE)$

Denotace

$\mathcal{F}_n$ ... množina všech n-árních funkcí, $\mathcal{F}_n \subseteq \mathcal{F}$.

Definice (Denotační zobrazení)

je definováno následovně:

- *individuové konstanty:* $D(c) = c \in W$,
- *existenční konstanty:* $D(@c) = W$,
- *funktory:* $D(f_k) = F_k \in \mathcal{F},\ 1 \leq k \leq u$,
- *existenční funktory:* $D(@f/n) = \mathcal{F}_n$,
- *predikáty:* $D(p_k) = R_k \in \mathcal{R}$,
- *logické konstanty:* $D(true) = 1\ (TRUE),\quad D(false) = 0\ (FALSE)$

Denotace

$\mathcal{F}_n$ ... množina všech n-árních funkcí, $\mathcal{F}_n \subseteq \mathcal{F}$.

Definice (Denotační zobrazení)

je definováno následovně:

- *individuové konstanty:* $D(c) = c \in W$,
- *existenční konstanty:* $D(@c) = W$,
- *funktory:* $D(f_k) = F_k \in \mathcal{F},\ 1 \leq k \leq u$,
- *existenční funktory:* $D(@f/n) = \mathcal{F}_n$,
- *predikáty:* $D(p_k) = R_k \in \mathcal{R}$,
- *logické konstanty:* $D(true) = 1\ (TRUE),\quad D(false) = 0\ (FALSE)$

Denotace

$\mathcal{F}_n$ ... množina všech n-árních funkcí, $\mathcal{F}_n \subseteq \mathcal{F}$.

Definice (Denotační zobrazení)

je definováno následovně:

- *individuové konstanty:* $D(c) = c \in W$,
- *existenční konstanty:* $D(@c) = W$,
- *funktory:* $D(f_k) = F_k \in \mathcal{F},\ 1 \le k \le u$,
- *existenční funktory:* $D(@f/n) = \mathcal{F}_n$,
- *predikáty:* $D(p_k) = R_k \in \mathcal{R}$,
- *logické konstanty:*
  $D(true) = 1\ (TRUE),\quad D(false) = 0\ (FALSE)$

Denotace

$\mathcal{F}_n$ ... množina všech n-árních funkcí, $\mathcal{F}_n \subseteq \mathcal{F}$.

Definice (Denotační zobrazení)

je definováno následovně:

- *individuové konstanty:* $D(c) = c \in W$,
- *existenční konstanty:* $D(@c) = W$,
- *funktory:* $D(f_k) = F_k \in \mathcal{F},\ 1 \leq k \leq u$,
- *existenční funktory:* $D(@f/n) = \mathcal{F}_n$,
- *predikáty:* $D(p_k) = R_k \in \mathcal{R}$,
- *logické konstanty:*
  $D(true) = 1\ (TRUE),\quad D(false) = 0\ (FALSE)$

Valuace proměnné

Definice

Valuace (ohodnocení) proměnné X *je zobrazení* e, *které každé proměnné přiřadí prvek z univerza diskurzu:* $\forall X$ *je* $e(X) \in W$.

Pokud toto zobrazení přiřazuje svým argumentům pouze prvky univerza diskurzu struktury $\mathcal{S}$, *mluvíme o valuaci aplikovatelné na strukturu* $\mathcal{S}$.

Pokud ohodnotíme všechny proměnné nacházející se v nějakém termu t, *potom se tento term stane bázovým termem.*

Valuace proměnné

Definice

Valuace (ohodnocení) proměnné X *je zobrazení* e*, které každé proměnné přiřadí prvek z univerza diskurzu:* $\forall X$ *je* $e(X) \in W$*.*

Pokud toto zobrazení přiřazuje svým argumentům pouze prvky univerza diskurzu struktury $\mathcal{S}$*, mluvíme o valuaci aplikovatelné na strukturu* $\mathcal{S}$*.*

Pokud ohodnotíme všechny proměnné nacházející se v nějakém termu t*, potom se tento term stane bázovým termem.*

Valuace proměnné

Definice

Valuace (ohodnocení) proměnné X *je zobrazení* e, *které každé proměnné přiřadí prvek z univerza diskurzu:* $\forall X$ *je* $e(X) \in W$.

Pokud toto zobrazení přiřazuje svým argumentům pouze prvky univerza diskurzu struktury $\mathcal{S}$, *mluvíme o valuaci aplikovatelné na strukturu* $\mathcal{S}$.

Pokud ohodnotíme všechny proměnné nacházející se v nějakém termu t, *potom se tento term stane bázovým termem.*

Valuace termu

Definice

Valuace (ohodnocení) termu t je zobrazení e' definované následovně:

- *term je individuová konstanta:* $e'(c) = D(c)$,
- *term je proměnná:* $e'(X) = e(X)$,
- *term je funktor s parametry–termy:* $e'(f(t_1, t_2, \ldots, t_n)) = F(e'(t_1), e'(t_2), \ldots, e'(t_n))$, *kde*
  - *denotát* $D(f) = F$,
  - $t_1, t_2, \ldots, t_n$ *jsou termy.*

Valuace termu

Definice

Valuace (ohodnocení) termu t je zobrazení e' definované následovně:

- *term je individuová konstanta: $e'(c) = D(c)$,*
- *term je proměnná: $e'(X) = e(X)$,*
- *term je funktor s parametry–termy:* $e'(f(t_1, t_2, \ldots, t_n)) = F(e'(t_1), e'(t_2), \ldots, e'(t_n))$, *kde*
  - *denotát $D(f) = F$,*
  - *$t_1, t_2, \ldots, t_n$ jsou termy.*

Valuace termu

Definice

Valuace (ohodnocení) termu t je zobrazení e' definované následovně:

- *term je individuová konstanta: $e'(c) = D(c)$,*
- *term je proměnná: $e'(X) = e(X)$,*
- *term je funktor s parametry–termy:* $e'(f(t_1, t_2, \ldots, t_n)) = F(e'(t_1), e'(t_2), \ldots, e'(t_n))$, *kde*
  - *denotát $D(f) = F$,*
  - *$t_1, t_2, \ldots, t_n$ jsou termy.*

Valuace termu

Definice

Valuace (ohodnocení) termu t je zobrazení e' definované následovně:

- *term je individuová konstanta:* $e'(c) = D(c)$,
- *term je proměnná:* $e'(X) = e(X)$,
- *term je funktor s parametry–termy:* $e'(f(t_1, t_2, \ldots, t_n)) = F(e'(t_1), e'(t_2), \ldots, e'(t_n))$, *kde*
  - *denotát* $D(f) = F$,
  - $t_1, t_2, \ldots, t_n$ *jsou termy.*

Interpretace atomu

Definice (Interpretace atomu)

je zobrazení I, které v dané struktuře $\mathcal{S}$ a pro danou valuaci e přiřadí každému atomu hodnotu $TRUE$ $(t, 1)$ nebo $FALSE$ $(f, 0)$ takto:

- *logické konstantě je vždy přiřazena hodnota jejího denotátu,*

Interpretace atomu

Definice (Interpretace atomu)

je zobrazení I, které v dané struktuře $\mathcal{S}$ a pro danou valuaci e přiřadí každému atomu hodnotu $TRUE$ (t, 1) nebo $FALSE$ (f, 0) takto:

- *logické konstantě je vždy přiřazena hodnota jejího denotátu,*
- *n-árnímu predikátu, v jehož argumentech se nevyskytují žádné exitenční termy*

  $$p(t_1, t_2, \ldots, t_n)$$

  je přiřazena hodnota $TRUE$, pokud pro n-tici vzniklou ohodnocením e' termů v jeho argumentech platí

  $$(e'(t_1), e'(t_2), \ldots, e'(t_n)) \in R$$

  kde $R = D(p)$, jinak je přiřazena hodnota $FALSE$,

Interpretace atomu

Definice (Interpretace atomu)

je zobrazení I, které v dané struktuře $\mathcal{S}$ a pro danou valuaci e přiřadí každému atomu hodnotu $TRUE$ (t, 1) nebo $FALSE$ (f, 0) takto:

- *n-árnímu predikátu, v jehož argumentech se nachází existenční term $@t$*

$$p(t_1, \dots, @t, \dots, t_n)$$

je přiřazena hodnota $TRUE$, pokud se v denotátu existenčního termu $D(@t)$ nachází prvek t', po jehož dosazení do argumentů predikátu místo existenčního termu platí

$$(e'(t_1), \dots, e'(t'), \dots, e'(t_n)) \in R$$

kde $R = D(p)$, jinak je přiřazena hodnota $FALSE$.

Splnitelnost atomu

Definice

Atom je splnitelný (pravdivý) ve struktuře $\mathcal{S}$ při ohodnocení e, jestliže v této struktuře a ohodnocení interpretován hodnotou $TRUE$. Zapisujeme $I(p)[\mathcal{S}, e] = TRUE$.

Fakt, že atom p je interpretován hodnotou $TRUE$ ve struktuře $\mathcal{S}$ (při jakémkoliv ohodnocení), zapisujeme $I(p)[\mathcal{S}] = TRUE$.

Splnitelnost atomu

Definice

Atom je splnitelný (pravdivý) ve struktuře $\mathcal{S}$ při ohodnocení e, jestliže v této struktuře a ohodnocení interpretován hodnotou $TRUE$. Zapisujeme $I(p)[\mathcal{S}, e] = TRUE$.

Fakt, že atom p je interpretován hodnotou $TRUE$ ve struktuře $\mathcal{S}$ (při jakémkoliv ohodnocení), zapisujeme $I(p)[\mathcal{S}] = TRUE$.