

Teorie jazyků a automatů I, Základy teoretické informatiky I

— otázky ke zkoušce, rok 2016/17 —

RNDr. Šárka Vavrečková, Ph.D.

Poslední aktualizace: 25. května 2017

Průběh zkoušky:

Zkouška je písemná, obvykle cca 4–6 otázek (dle náročnosti) vybraných z níže uvedených. Obvykle se jedná o napsání definice, věty, postupu, důkazu nebo naznačení důkazu. Jedna otázka je typu „příklad“. Po vyhodnocení budou výsledky na webu vyučujícího.

POZOR – pokud je výsledek **modrou barvou** a není zapsán v systému STAG, je třeba se dostavit na ústní část zkoušky (konzultaci k písemné části). To může nastat u studentů, kteří se moc neúčastnili přednášek, nebo výjimečně i v případě, že je známka „na hranici“.

1 Teoretická informatika

1. Stručně charakterizujte Turingův stroj, Konečný automat a Zásobníkový automat – z čeho se skládají, jak fungují, jaký je mezi nimi rozdíl.

2 Jazyky a regulární výrazy

1. Definujte množinu, posloupnost, řetězec.
2. Definujte abecedu, slovo, prázdné slovo, jazyk.
3. Definujte operaci sjednocení jazyků L_1 a L_2 nad abecedou Σ . Je tato operace komutativní? Je asociativní? Čemu je rovno $L \cup \emptyset$? Čemu je rovno $L \cup \{\varepsilon\}$?
4. Definujte operaci zřetězení jazyků L_1 a L_2 nad abecedou Σ . Je tato operace komutativní? Je asociativní? Čemu je rovno $L \cdot \emptyset$? Čemu je rovno $L \cdot \{\varepsilon\}$?
5. Definujte operaci n -té mocniny jazyka L nad abecedou Σ (iterativní definice). Definujte operaci iterace (Kleeneho uzávěr) jazyka L nad abecedou Σ . Čemu je rovno \emptyset^* ? Čemu je rovno $\{\varepsilon\}^*$?
6. Definujte operaci pozitivní iterace jazyka L nad abecedou Σ . Jaký je vztah mezi výsledkem iterace a pozitivní iterace?
7. Definujte operaci průniku jazyků L_1 a L_2 nad abecedou Σ . Je tato operace komutativní? Je asociativní? Čemu je rovno $L \cap \emptyset$? Čemu je rovno $L \cap \{\varepsilon\}$?
8. Definujte operaci rozdílu jazyků L_1 a L_2 nad abecedou Σ . Je tato operace komutativní? Je asociativní? Čemu je rovno $L - \emptyset$?
9. Definujte operaci doplňku jazyka L nad abecedou Σ .
10. Definujte operaci reverze (zrcadlového obrazu) jazyka L nad abecedou Σ .
11. Definujte operaci homomorfismu h jazyka L z abecedy Σ do abecedy Δ . Definujte operaci substituce s jazyka L z abecedy Σ do abecedy Δ .
12. Definujte operaci komutivity operací nad množinou A . Které z následujících operací jsou komutativní? – sjednocení množin řetězců, průnik, zřetězení, rozdíl.

13. Definujte operaci asociativity operací nad množinou A . Které z následujících operací jsou asociativní? – sjednocení množin řetězců, průnik, zřetězení, rozdíl.
14. Definujte operaci distributivity operací nad množinou A . Uveďte příklad dvojice operací nad množinou řetězců takové, že jedna operace je distributivní vzhledem k druhé.
15. Napište De Morganova pravidla pro množiny.
16. Definujte regulární výraz. Dále napište, jaký je vztah mezi množinovým zápisem jazyka a jeho reprezentací regulárním výrazem – jak v regulárním výrazu zapíšeme sjednocení, zřetězení, iteraci.
17. *Možné příklady:*
 - Je dán jazyk ... Napište všechna slova tohoto jazyka, která (jsou kratší než ... , apod.). Může se jednat i o jazyk zapsaný pomocí různých operací (sjednocení jazyků, zřetězení, průnik apod.), případně pomocí regulárního výrazu.
 - Napište příklad jazyka, pro který platí: ... (například – je nad abecedou $\{a, b\}$ a všechna jeho slova jsou kratší než 4)
 - Je dán regulární výraz – zapíšte množinově. Je dán jazyk zapsaný množinově – zapíšte jako regulární výraz.

3 Konečné automaty

1. Definujte konečný automat, konfiguraci konečného automatu, počáteční a koncovou konfiguraci, relaci přechodu mezi konfiguracemi, výpočet slova v KA, reflexivní a tranzitivní uzávěr relace přechodu mezi konfiguracemi, rozpoznávání slova konečným automatem, jazyk konečného automatu.
2. Za jakých okolností jsou dva konečné automaty ekvivalentní?
3. Definujte nedeterministický konečný automat (NKA), jazyk rozpoznávaný NKA.
4. Napište větu o vztahu mezi třídou nedeterministických a třídou deterministických KA (lze podle NKA sestavit ekvivalentní DKA?), popište postup konstrukce DKA ekvivalentního k zadanému DKA, napište důkaz.
5. Napište větu o vztahu mezi třídami (množinami) jazyků rozpoznávaných deterministickými a nedeterministickými KA. Popište postup konstrukce pro oba směry a napište důkaz.
6. Definujte totální (úplný) automat. Napište větu o existenci totálního automatu k danému KA, popište postup a napište důkaz.
7. Definujte nedosažitelný stav KA, nadbytečný stav KA, redukovaný automat. Napište větu o odstranění nedosažitelných stavů, naznačte postup a proveďte důkaz. Napište větu o odstranění nadbytečných stavů, naznačte postup a proveďte důkaz.
8. Definujte třídu jazyků. Definujte uzavřenost třídy jazyků vzhledem k dané operaci.
9. Napište větu o uzavřenosti třídy jazyků rozpoznávaných KA vzhledem k operaci sjednocení. Naznačte postup a uveďte důkaz.
10. Napište větu o uzavřenosti třídy jazyků rozpoznávaných KA vzhledem k operaci zřetězení. Naznačte postup a uveďte důkaz.
11. Napište větu o uzavřenosti třídy jazyků rozpoznávaných KA vzhledem k operaci iterace. Naznačte postup a uveďte důkaz.
12. *Možné příklady:*
 - Sestrojte KA rozpoznávající tento jazyk: ...

- Převeďte následující nedeterministický KA na deterministický: ...
- Převeďte daný KA na totální (úplný).
- Daný KA redukuje (odstraňte nedosažitelné a nadbytečné stavy).

4 Formální gramatiky

1. Jaký je rozdíl mezi automatem a gramatikou?
2. Definujte formální gramatiku, relaci kroku odvození, reflexivní a tranzitivní uzávěr relace kroku odvození, derivaci, větnou formu, větu, jazyk generovaný gramatikou, ekvivalenci gramatik.
3. Definujte gramatiky typu 0 v Chomského hierarchii, gramatiky typu 1, typu 2 a typu 3. Určete vztah mezi třídami jazyků generovaných těmito gramatikami. Definujte ekvivalenci gramatik.
4. Definujte kontextové gramatiky a určete vztah třídy kontextových jazyků k třídám Chomského hierarchie.
5. Definujte lineární gramatiky, pravolineární a levolineární gramatiky a určete vztah třídy kontextových jazyků k třídám Chomského hierarchie.
6. Definujte konečný jazyk a určete vztah třídy konečných jazyků k třídám Chomského hierarchie.
7. *Možné příklady:*
 - Napište jakoukoliv gramatiku, která generuje jazyk typu 2 podle Chomského hierarchie, ale ne typu 3.
 - Napište jakoukoliv gramatiku, která generuje jazyk typu 1 podle Chomského hierarchie, ale ne typu 2.
 - Napište jakoukoliv gramatiku, která generuje bezkontextový jazyk, ale ne lineární.
 - Napište jakoukoliv gramatiku, která generuje lineární jazyk, ale ne regulární.

5 Regulární gramatiky

1. Definujte regulární gramatiku.
2. Napište větu určující, zda k dané regulární gramatice lze sestrojít ekvivalentní konečný automat. Naznačte postup konstrukce a uveďte důkaz.
3. Napište větu určující, zda k danému konečnému automatu lze sestrojít ekvivalentní regulární gramatiku. Naznačte postup konstrukce (včetně případné předběžné ekvivalentní úpravy automatu) a uveďte důkaz.
4. *Možné příklady:*
 - Vytvořte regulární gramatiku generující jazyk ...
 - K dané regulární gramatice sestrojte ekvivalentní konečný automat.
 - K danému konečnému automatu sestrojte ekvivalentní regulární gramatiku.

6 Bezkontextové gramatiky a jazyky

1. Definujte bezkontextovou gramatiku.
2. Definujte derivační strom.

3. Definujte nezkracující bezkontextovou gramatiku. Vyslovte větu o převodu bezkontextové gramatiky na nezkracující, naznačte postup a ukažte na krátkém příkladu.
4. *Možné příklady:*
 - Sestrojte bezkontextovou gramatiku generující daný jazyk.
 - Podle dané gramatiky generujte slovo ... a k této derivaci sestrojte příslušný derivační strom.
 - Danou bezkontextovou gramatiku převed'te na nezkracující.

7 Zásobníkový automat

1. Definujte zásobníkový automat, včetně konfigurace, relace přechodu mezi konfiguracemi, typů zásobníkových automatů, koncových konfigurací pro jednotlivé typy, rozpoznávaného jazyka.
2. *Možné příklady:*
 - Sestrojte zásobníkový automat pro jazyk $L = \{w c w^R ; w \in \{a, b\}^*\}$.
 - Sestrojte zásobníkový automat pro jazyk $L = \{a^n b^n ; n \geq 0\}$.

(nebo podobné jazyky).

Pozor, u jednotlivých postupů (algoritmů) může být součástí otázky úkol typu „postup ukažte na některé jednoduché gramatice/automatu/reg. výrazu“, případně může být dotyčná gramatika, automat či výraz přímo součástí zadání.